GAL II*
ZADANIA DOMOWE - V SERIA

1. Znaleźć wszystkie klasy kongruencji macierzy symetrycznych $M_{3\times 3}(\mathbb{F}_2)$.

2. Znaleźć trójwymiarową miarę zbioru

$$P = \operatorname{conv}\left\{(\sigma(1), \sigma(2), \sigma(3), \sigma(4)) : \ \sigma \text{ jest permutacją zbioru } \{1, 2, 3, 4\}\right\}.$$

3. Niech $V = \mathbb{C}^n$ będzie przestrzenią wektorową ze standardowym iloczynem hermitowskim. Skonstruować na V, traktowanej jako przestrzeń wektorowa nad $\mathbb{R}$, iloczyn skalarny s oraz niezdegerowaną formę antysymetryczną f takie, że macierz $A \in M_{n\times n}(\mathbb{C})$ jest unitarna wtedy i tylko wtedy gdy zachowuje f oraz s.

4. Niech $A, B \in M_{n\times n}(\mathbb{R})$ będą macierzami symetrycznymi dodatnio określonymi. Wykaż, że

$$\det(A + B) \geqslant \det(A) + \det(B).$$

5. Niech q będzie niezdegenerowaną formą kwadratową na przestrzeni wektorowej V nad ciałem K charakterystyki różnej od 2. Wybierzmy dwie maksymalne podprzestrzenie całkowicie izotropowe U, W (tj. takie, że $q(\alpha) = 0$ dla każdego $\alpha \in V, W$). Wykaż, że każda q–izometria $g : U \to W$ rozszerza sie do q–izometrii $h : V \to V$.

Termin zwrotu: 14 VI.