

PRZEMYSŁAW WOJTIASZCZYK

Uniwersytet Warszawski

ANTONI ZYGMUND (1900–1992)

Wyglaszając ten odczyt, czuję się jak przystawiony „wół przy karcie”. Moje zainteresowania historyczne są bowiem nikłe, a już na pewno nie dotyczą historii współczesnej matematyki. Również moje kontakty osobiste z prof. Antonim Zygmundem były minimalne; widziałem Go dwa razy, a rozmawiałem z Nim raz. Jedyną nadzieją na „historyczność” tego odczytu może być to, że rozmowa ta dotyczyła nie matematyki, ale życia prof. Zygmunda.

Zacznę może od kalendarium.

Antoni Szczepan Zygmund urodził się w ostatnich dniach dziewiętnastego wieku – 26 grudnia 1900 roku w Warszawie. Rodzice jego byli pochodzenia chłopskiego; ojciec był policjantem. Miał trzy młodsze siostry, które mieszkały w Polsce, i które, po 1956 roku, bardzo często odwiedzał. W roku 1912 Antoni wstąpił do VII Gimnazjum Państwowego w Warszawie. Po wybuchu I wojny światowej (chyba w czasie, gdy wojska pruskie zbliżyły się do Warszawy) rodzina jego została ewakuowana do Połtawy na Ukrainie, gdzie kontynuował naukę w gimnazjum. Do Warszawy wrócił w 1918 roku i przez rok uczył się w gimnazjum dla reemigrantów z Rosji. Na Uniwersytet Warszawski wstąpił w 1919 roku i zaczął studiować matematykę. Z naszej dzisiejszej perspektywy był to okres formowania się topologiczno-logicznej szkoły warszawskiej, jednak A. Rajchman, Z. Zalcwasser i S. Saks (który był raczej starszym kolegą niż nauczycielem) skierowali jego zainteresowania w bardziej klasycznym kierunku. Zainteresował się szeregiem Fouriera. W roku 1922 został asystentem na Politechnice Warszawskiej, co przez kilka następnych lat dostarczało mu środków do życia. W roku 1923 obronił na Uniwersytecie Warszawskim pracę doktorską pod (chyba raczej

formalnym) kierunkiem Stefana Mazurkiewicza. Habilitację uzyskał w 1926 roku, też na Uniwersytecie Warszawskim, i został docentem (co, jak wiadomo, płaciło raczej niewiele). Rok akademicki 1929/1930 spędził w Wielkiej Brytanii, pół w Oxfordzie, gdzie głównym analitykiem był G.H. Hardy, a pół w Cambridge, gdzie był J.E. Littlewood. Tam również świeciła wielkim blaskiem gwiazda R.E.A.C. Paley'a, z którym Zygmund intensywnie współpracował do jego tragicznej śmierci w 1933 roku.

Po powrocie do kraju objął profesurę w Wilnie¹. W międzyczasie (w 1925 roku) ożenił się z Ireną Parnowską, studentką matematyki, a następnie (do roku 1935, kiedy urodziła syna) nauczycielką gimnazjalną. Przed wyjazdem do Anglii spędził A. Zygmund wakacje letnie w Paryżu, gdzie spotkał R. Salema, innego swego długoletniego współpracownika.

W Wilnie był do wybuchu II wojny światowej. Matematycznie okres ten to kształcenie, a potem intensywna i owocna współpraca z J. Marcinkiewiczem.

I przyszła wojna. Prawdę powiedziawszy, wojny obchodziły się z A. Zygmundem raczej łaskawie. Pierwszą wojnę światową przetrwał w Połtawie, a i rewolucja nie dotknęła go chyba zbyt. W czasie wojny polsko-radzieckiej został powołany do 7 Pułku Ułanów, ale akcji nie zobaczył. Również w kampanii wrześniowej został zmobilizowany, lecz dość szybko wrócił do Wilna i zaczął realizować swoje przedwojenne plany. Na rok akademicki 1939–1940 miał zaproszenie do MIT, dokąd, przez Skandynawię, dotarł na początku 1940 roku. Później zaczęły się problemy ze znalezieniem pracy. Wizja wojny, a następnie sama wojna, zmniejszyły w USA zapotrzebowanie na nauczycieli akademickich. Tak więc w okresie 1940–1941 pracował w Mount Holyoke College, znajdującym się w South Hadley w Massachusetts. Była to taka amerykańska szkoła dla panienek z dobrych domów, a więc nauczanie matematyki było raczej elementarne, ale atmosfera ogólna przyjemna. Oczywiście, atmosfery naukowej zupełnie tam nie było. W roku 1942–1943 pracował w University of Michigan – jednej z lepszych uczelni uniwersyteckich. Lata 1945–1947 spędził w Filadelfii na University of Pennsylvania, a od 1947 roku, aż do przejścia na emeryturę w 1980, pracował w University of Chicago. Zmarł w Chicago 30 maja 1992 roku.

¹ Tak więc A. Zygmund został profesorem w wieku 30 lat, co może stanowić pewien przyczynek do naszych współczesnych narzekania na wolny awans naukowy. Należy jednak pamiętać, że do 1930 r. ukazało się 51 prac naukowych A. Zygmunnda, z których 20 znalazło się w *Selected Papers* i zajmują tam 357 stron. Te dwadzieścia, a również bardzo wiele innych spośród wspomnianych 51, to – używając współczesnego żargonu – prace opublikowane w czołowych czasopiśmie matematycznych o zasięgu międzynarodowym.

Resztę mego odczytu poświęcę argumentacji za następującą tezę: *Spśród matematyków polskich (z wyłączeniem być może Stefana Banacha) Antoni Zygmund wywarł największy wpływ na matematykę światową*. Na wpływ ten składały się: a) wykształcenie rzęsy wybitnych uczniów, którzy tematykę zasugerowaną przez A. Zygmunnda kontynuują i rozszerzają oraz ze swoimi uczniami etc. dalej prowadzą. Mówiąc krótko, stworzył wielką szkołę matematyczną; b) napisanie klasycznej monografii *Trigonometric Series*, która stała się biblią dla analityków na całym świecie; c) jego własne badania prowadzone z wieloma wybitnymi współpracownikami.

Zacznijmy może od uczniów. W okresie wileńskim wypromował trzech doktorów, w tym geniusza pierwszej wody, Józefa Marcinkiewicza. Napisał z nim 15 wspólnych prac, a idee Marcinkiewicza rozwijał później wraz ze swoimi uczniami.

W Chicago, w latach 1950–1960, wypromował 20 doktorów, w tym tak wybitnych matematyków jak Alberto P. Calderon, Mishla Cotlar, Elias Stein, Guido Weiss, Mary Weiss, Paul J. Cohen, Benjamin Muckenhaupt. Wszyscy oni (z wyjątkiem P.J. Cohena, który zajął się podstawami teorii mnogości i w 1966 roku otrzymał medal Fieldsa za dowód niezależności hipotezy continuum) kontynuowali problematykę, której nauczył ich A. Zygmund. Było to uderzenie talentu matematycznego, które ukształtowało amerykańską analizę matematyczną na wiele lat. Rozjechali się oni do najlepszych uniwersytetów amerykańskich i kształcili swoich uczniów (a ci swoich etc.), rozszerzając problematykę szkoły, ale ciągle zachowując świadomość, że są częścią szkoły Zygmunnda.

Drugi rzut doktorów – 13, w latach 1964–1971 – to matematycy bardzo dobrzy, ale nie tak wybitni, jak w pierwszej fali. Postacią chyba z nich najbardziej matematycznie był Stylianos Pichorides.

Aby uświadomić Państwu rolę szkoły Zygmunnda w amerykańskiej matematyce, pozwolę sobie opowiedzieć następującą historię. W czasie Międzynarodowego Kongresu Matematyków w Warszawie w 1983 roku rozmawiałem tak o świecie z P.W. Jones'em, który miał tam odczyt sekcyjny. Powiedział mi wtedy o sobie „I am the only successful American analyst not from the Zygmund school”². Niewątpliwie nieco przesadzał, a także matematycznie nieco do tej szkoły przy-

² „Jestem jedynym znanym amerykańskim analitykiem, który nie wywodzi się ze szkoły Zygmunnda”.

stał, lecz ta opinia pokazuje rolę szkoły Zygmunda. Zresztą nie tylko w USA, ale także w Ameryce Łacińskiej i w Hiszpanii³.

W badaniach szkoły Zygmunda niezmiernie ważną rolę odegrała monografia *Trigonometric Series*. Pierwsza jej wersja ukazała się w 1935 roku w serii „Monografie Matematyczne”, a następnie była dwukrotnie przedrukowana na Zachodzie. Całkowicie nowa wersja, o dwukrotnie większej objętości, ukazała się w 1959 roku w Cambridge University Press, i od tego czasu była trzykrotnie przedrukowywana. Stała się ona biblią szeregów Fouriera i podstawą dalszych badań.

Jak już mówiłem, prof. A. Zygmund osobiście prawie nie znałem, ale nawet z bardzo suchego zarysu Jego działalności wyłania się obraz człowieka niesłychanie otwartego matematycznie i chętnego do dzielenia się swoimi matematycznymi pomysłami. W końcu lat pięćdziesiątych Chicago nie było pustynią matematyczną. Uczyli tam inni wybitni matematycy. A jednak bardzo wielu wybitnych studentów wybierało A. Zygmunda na swojego opiekuna. W swoich badaniach również lubił współpracować z innymi. Miał 18 współautorów: Aleksandra Rajchmana (3 prace), Wacława Sierpińskiego (1), Stanisława Saksa (3 prace i książka), Marka Kaca (1), Józefa Marcinkiewicza (15), Raphaela Salema (14), R.E.A.C. Paley'a (6), Norberta Wienera (1), Alberta P. Calderona (22), Gabora Szego (1), Mary Weiss (4), Eliasa Steina (5) i Charlesa Feffermana (2). W sumie imponująca lista. Wygląda na to, że Antoni Zygmund miał talent do przyciągania do siebie wybitnych matematyków.

Poza *Trigonometric Series* napisał wspólnie ze Stanisławem Sakssem dobrze znany podręcznik funkcji analitycznych, a ponadto kilka skryptów oraz wspólnie z R.L. Wheedenem podręcznik *Measure and Integral*.

W chwili obecnej nieformalnym przywódcą szkoły Zygmunta jest E. Stein z Princeton University, a matematycy, którzy do łączności z tą szkołą chętnie się przynaję, pracują w wielu krajach, m.in. w USA, Argentynie, Wenezueli, Hiszpanii, Polsce, Wielkiej Brytanii, Szwecji, Japonii, problematyka zaś tej grupy (obejmująca dziś znacznie więcej niż szeregi Fouriera) dalej przyciąga uwagę i za-

³ Należy się zastanowić, co to znaczy obecnie *szkoła matematyczna*. Za dawnych dobrych czasów był to mistrz, który miał swoich uczniów, zgrupowanych wokół niego na seminarium. Była jakaś jedność miejsca. Obecnie, szczególnie w warunkach amerykańskich, tak nie jest. Uczniowie po doktoracie rozjeżdżają się w różne miejsca, ale jeśli tam kształcą swoich uczniów (a ci swoich itd.), kontynuując tematykę mistrza, to tworzy się (i tak było w tym przypadku) pewna grupa ludzi związanych wspólną problematyką, metodyką badawczą lub poglądami matematycznymi, kontaktami naukowymi, czy nawet przyjaźniami osobistymi, a również świadomością wspólnego początku naukowego.

interesowanie wielu wybitnych matematyków; np. Jean Bourgain (medal Fieldsa 1992) wiele prac poświęcił tej problematyce.

Pewnym przeglądem szkoły Zygmunda była konferencja, która odbyła się w marcu 1981 roku w Chicago dla uczczenia osiemdziesiątych urodzin i przejścia na emeryturę prof. Antoniego Zygmunda. Według mego pobieżnego rachunku, odczyty na tej konferencji wygłosiło kilkunastu matematyków, którzy wcześniej lub później mieli odczyty na międzynarodowych kongresach matematyków.

Lista publikacji Antoniego Zygmunda obejmuje 215 pozycji, z tym, że wchodzi tu wszystkie wydania książek oraz – co ciekawe z punktu widzenia tej szkoły – sporo pozycji historycznych czy wspomnieniowych. W sumie daje to około 200 oryginalnych prac matematycznych, które ukazywały się w latach 1923–1979. Oczywiście, nie jestem w stanie nawet zarysować, o co w tych pracach chodziło. Żeby jednak przekazać Państwu, co w tej chwili łączy się w matematyce z nazwiskiem Zygmunda, zrobiłem rzecz najprostsza z możliwych. Zapytałem komputer o prace zreferowane w „Mathematical Reviews” w latach 1993–1996, które w tytule mają nazwisko Zygmun. Otrzymałem 81 tytułów. Z tego kilka dużych to artykuły o Antonim Zygmondzie. Z tematów matematycznych dotyczą ponad dziesięciu różnych zagadnień, m.in. (cytuje je po angielsku, by nie wprowadzać dodatkowego zamętu amatorskim tłumaczeniem):

- Calderon-Zygmund integral operators – 35 prac,
- law of large numbers of Marcinkiewicz and Zygmund – 3 prace.
- Zygmund class – 15 prac,
- Paley-Wiener-Zygmund integral – 1 praca,
- Zygmund estimates – 3 prace,
- Marcinkiewicz-Zygmund theorem – 5 prac.

Na zakończenie chciałbym wspomnieć o pewnych badaniach A. Zygmunda, które nie pojawiły się na powyższej liście, a które nawiązują do wcześniejszego odczytu prof. Z. Ciesielskiego o Marku Kacu i dyskutowanego tam pojęcia niezależności. Otóż, w pracach wspólnych z R.E.A.C. Paley'em oraz R. Salemem badał on szeregi losowe postaci $\sum \epsilon_n e^{in}$, gdzie znaki dobieramy losowo. Każdy znak to element zbioru $\{+1, -1\}$, który można wybrać z prawdopodobieństwem $1/2$, a więc ciąg znaków to element produktu nieskończonego tych zbiorów z miarą produktową. Możemy więc sensownie mówić o prawie wszystkich znakach. Badania tego typu są kontynuowane i uogólniane do dnia dzisiejszego. Były to pierwsze przykłady standardowej obecnie metody konstrukcji przykładów losowych. pokazuje się, że coś nas interesującego zachodzi dla prawie wszystkich wy-

borów parametru, ale nie daje się żadnego konstruktywnego przepisu, by choć jedną taką wartość znaleźć. W tym duchu Paley i Zygmund pokazali m.in., że:

Szereg $\sum_n \pm a_n e^{int}$ jest prawie zawsze szeregiem Fouriera wtedy i tylko wtedy, gdy $\sum_n |a_n|^2 < \infty$.

Funkcja $\sum_{n=0}^{\infty} \pm a_n z^n$, gdzie $\limsup_{n \rightarrow \infty} |a_n|^{1/n} = 1$ dla prawie wszystkich znaków, nie przedłuża się analitycznie poza koło $|z| < 1$.

PS Szanowny Czytelniku. To, co właśnie (mam nadzieję) przeczytałeś, jest zapisem na gorąco mojego odczytu. Prawie wszystkie fakty, podkreślałam fakty, a nie opinie, zawarte w tym odczycie, można znaleźć w jednym z następujących miejsc:

- [1] *Selected Papers of Antoni Zygmund*. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht 1989, edited by A. Hulanicki, P. Wojtaszczyk, W. Żelazko – część wstępna.
- [2] *Conference on Harmonic Analysis in Honor of Antoni Zygmund*. Wadsworth International Group, Belmont 1983, edited by W. Beckner, A.P. Calderon, R. Fefferman, P.W. Jones.
- [3] *Obituary of Antoni Zygmund*. *Studia math.* 103 (1992), s. 119–121.
- [4] *Mathematical Reviews* – odpowiednie roczniki.

Opinie są oczywiście tylko moje i ponoszę za nie pełną odpowiedzialność.

ANTONI ZYGMUND (1900–1992)

Summary

In this talk we present the life and mathematical work of prof. Antoni Zygmund. We especially stress his influence on mathematics and his achievements as creator of Zygmund School.

DANUTA PRZEWORSKA-ROLEWICZ
Instytut Matematyczny PAN
Warszawa

LEON LICHTENSTEIN
JEGO CZASY I HISTORIA

1. Wstęp. Dlaczego pisałam o Lichtensteinie

Kiedy byłam studentką pierwszego, drugiego roku, interesowałam się bardzo historią matematyki. Wkrótce zauważyłam, że nie są to zainteresowania, którymi należy się chwalić w dobrym towarzystwie (matematycznym, oczywiście). Więc te zainteresowania pozostały gdzieś tam, w głębokim ukryciu. Przekonałam się, gdy zaczęłam jeździć za granicę, że brak historycznych zainteresowań, a więc i znawców przedmiotu – to wyłącznie polska specjalność. Ale wtedy już było za późno, byłam – tak mi się przynajmniej wydawało – zupełnie inaczej ukształtowanym matematykiem. Jednak co innego teoria, a co innego – życie.

A teraz, dlaczego w ogóle pisałam o Lichtensteinie. Musiał to być rok 1956, bo byłam już po magisterium, a przed napisaniem rozprawy (wówczas jeszcze na stopień kandydata nauk matematycznych), kiedy szukałam prac na temat niekończonych układów równań całkowych. Mój szef w Politechnice Warszawskiej i późniejszy promotor, prof. Witold Pogorzelski, polecił mi zająć się pracą Lichtensteina. A kiedy przyszedłam do niego z odpowiednią pracą, zapytał:

– Jakiej narodowości był, według pani, Lichtenstein?
Odpowiedziałam:

- Sądząc po nazwisku i języku pracy – był Niemcem.
- Otóż nie – przerwał mi żywo Pogorzelski – Lichtenstein urodził się