Zadanie 1

Rozważmy grę kółko-krzyżyk rozmiaru 3×3. Definiujemy X_n jako liczbę wierszy, kolumn i przekątnych mających dokładnie n X i zero O. Analogicznie, O_n oznacza liczbę wierszy, kolumn i przekątnych mających dokładnie n O i zero X. Funkcja użyteczności przypisze $+1$ każdemu stanowi z $X_3 = 1$ i -1 każdemu stanowi z $O_3 = 1$. Każdy inny stan końcowy ma ocenę 0. Funkcja oceniająca jest zdefiniowana następująco:

$$\mathrm{Eval}(s) = 3 \cdot X_2(s) + X_1(s) - (3 \cdot O_2(s) + O_1(s)).$$

1. Ile jest możliwych przebiegów tej gry w przybliżeniu?
2. Narysuj całe drzewo gry o wysokości 2 (np. 1 X i 1 O) i korzeniu będącym pustą planszą. Zwracaj uwagę na symetrię.
3. Dopisz ocenę do każdego liścia drzewa.
4. Używając algorytmu minimax, dopisz ocenę do każdego wierzchołka wewnętrznego i używaj tych wartości do wybierania pierwszego ruchu.

Zadanie 2

Rozpatrzmy grę, w której mamy limit czasu na wykonanie pojedynczego ruchu. W jaki sposób można zmodyfikować algorytm min-max tak, by efektywnie wykorzystać ten dostępny czas, ale nie przekroczyć go.

Zadanie 3

Wykonaj algorytm minimax z odcięciem α-β na podanym drzewie gry przechodząc je w kolejności podanej na rysunku. Podaj w każdym węźle drzewa wartość zwracaną przez procedurę min-value lub max-value oraz wartości α i β dla wszystkich węzłów:

- przy pierwszym odwiedzeniu danego węzła wartości α, β wpisz po lewej stronie węzła,
- po odwiedzeniu każdej gałęzi węzła wartości α, β wpisz po prawej stronie tej gałęzi.

Węzły nieodwiedzone skreśl krzyżykiem X. Zaznacz ścieżkę od korzenia do liścia odpowiadającą optymalnej strategii.