Zastosowanie metody rezolucji

1. Dedukcyjne bazy danych.
   Reprezentując jakąkolwiek rzeczywistość chcemy mieć możliwość otrzymywania odpowiedzi na różne pytania dotyczące tej rzeczywistości. Potraktowanie bazy wiedzy w sposób dedukcyjny pozwala uzyskać informacje, które w bazie wiedzy nie występują explicite.

2. Programowanie w logice.
   Metoda rezolucji pozwala nie tylko wykazać sprzeczność pewnego zbioru klauzul, ale jednocześnie znaleźć obiekty powodujące tę sprzeczność. Innymi słowy, dowody takie są *konstruktywne*. Fakt ten leży u podstaw języka programowania skonstruowanego na bazie metody rezolucji. Programowanie w takim języku ma charakter *deklaratywny*.

Dedukcyjne bazy danych

Rozważymy trzy klasy pytań:

A. Pytania typu "czy". Oczekiwaną odpowiedzią jest "tak" lub "nie". Np. *Czy Jan jest żonaty?*

B. Pytania typu "gdzie", "kto", "kiedy". Np. *gdzie mieszka Piotr?*, *Kto kocha Marię?*, *Kiedy będę bogaty?*. Oczekiwane odpowiedzi: "w Warszawie", "Marek", "jak wygram na loterii".

C. Pytania typu "w jaki sposób". Oczekiwaną odpowiedzią jest ciąg działań prowadzących do osiągnięcia pewnego celu. Np. *W jaki sposób można dojechać z Łodzi do Londynu?* Odpowiedź: "Najpierw pociągiem z Łodzi do Warszawy, potem samolotem z Warszawy do Londynu".

Pytania klasy A

Zadanie otrzymania odpowiedzi sprowadza się do wykazania twierdzenia reprezentującego bezpośrednio dane pytanie.

Przykład 1

Rozważmy bazę wiedzy:

1. Wszystkie ptaki latają.

2. Wszystkie latające obiekty mają skrzydła.

3. Kuba jest ptakiem.

Pytanie: Czy Kuba ma skrzydła?

Formalizacja

1. $\neg ptak(x) \vee lata(x)$

2. $\neg lata(x) \vee ma - skrzydla(x)$

3. $ptak(Kuba)$

4. $\neg ma - skrzydla(Kuba)$

Należy pokazać, że zbiór klauzul (1)–(4) jest niespełnialny.

Jeżeli formuła reprezentująca pytanie daje się wyprowadzić, odpowiedź jest "tak". W przeciwnym przypadku próbujemy wykazać jej zaprzeczenie. Jeśli uda się wyprowadzić zaprzeczenie, odpowiedź jest "nie". Jeśli się nie uda, odpowiedź jest "nie wiem".

Pytania klasy B

Uzyskanie odpowiedzi jest teraz nieco bardziej skomplikowane.

Przykład 2

Rozważmy bazę wiedzy (1)–(3) oraz
Pytanie: Kto ma skrzydła?

Jaka formuła reprezentuje takie pytanie?

Stawiamy hipotezę:

$\exists x.ma - skrzydla(x)$

Po zanegowaniu i przekształceniu do postaci klauzulowej otrzymujemy

5. $\neg ma - skrzydla(x)$

Wykazujemy teraz niespełnialność zbioru klauzul (1)–(3),(5). W kolejnych krokach dowodu rezolucyjnego wykonujemy podstawienia $\{x'/x\}$ oraz $\{x/Kuba\}$. I właśnie $Kuba$ jest odpowiedzią na nasze pytanie.

Ogólnie:
Aby uzyskać odpowiedź na pytanie klasy B, konstruujemy formułę gwarantującą istnienie obiektu spełniającego warunki pytania, czyli formułę postaci $\exists x.F$. Jeśli formuła ta daje się dowieść metodą rezolucji i $\lambda_1, \ldots, \lambda_n$ są kolejnymi unifikatorami zastosowanymi podczas dowodu, to term $x\lambda_1 \circ \ldots \circ \lambda_n$ jest odpowiedzią.

Bardziej efektywną metodą śledzenia interesującej nas zmiennej jest wprowadzenie nowego symbolu predykatu Odp i zamiast formuły $\exists x.F$ próbujemy wykazać formułę $\exists x.(F \wedge \neg Odp(x))$. Oczywiście teraz jako koniec dowodu dostajemy nie klauzulę pustą, ale klauzulę postaci $Odp(term)$, gdzie $term$ jest naszą odpowiedzią.

Wróćmy do naszego przykładu. Zamiast klauzuli (5) stosujemy klauzulę

6. $\neg ma - skrzydla(x) \vee Odp(x)$

W trakcie dowodu rezolucyjnego otrzymujemy klauzulę

7. $Odp(Kuba)$

która kończy dowód, a odpowiedzią jest $Kuba$.