

Języki, automaty i obliczenia
poprawkowy egzamin testowy – przykładowe rozwiązania
8 września 2017

1. Odpowiedź: **tak**.

Uzasadnienie: Np. niech L zawiera słowo puste, słowa jednoliterowe, oraz wszystkie słowa długości pierwszej.

2. Odpowiedź: **tak**.

Uzasadnienie: Wszystkie języki regularne należą do NP.

3. Odpowiedź: **tak**.

Uzasadnienie: Równoważnie, to pytanie czy $L(G) \cap L(\bar{A}) = \emptyset$, gdzie \bar{A} to automat rozpoznający dopełnienie języka $L(A)$. Ponieważ przecięcie języka bezkontekstowego $L(G)$ i regularnego $L(\bar{A})$ jest językiem bezkontekstowym, i istnieje algorytm który konstruuje gramatykę dla tego języka, a ponadto problem pustości języka bezkontekstowego jest rozstrzygalny, problem z zadania jest rozstrzygalny.

4. Odpowiedź: **tak**.

Uzasadnienie: Po pierwsze, język z zadania zawiera wszystkie słowa, których długość daje resztę inną niż 2 przy dzieleniu przez 3 (język regularny L_1). Po drugie, język ten zawiera te słowa długości $3n + 2$, gdzie na pozycji $n + 1$ albo $2n + 2$ występuje litera inna niż # (język bezkontekstowy L_2), albo na którejś z pozostałych pozycji występuje # (język bezkontekstowy L'_2). Ponadto, język ten zawiera te słowa długości $3n + 2$, gdzie litera na pozycji i nie jest równa literze na pozycji $n + 1 + i$ dla jakiegoś $i \in \{1 \dots 2n + 1\}$ (język L_3).

Język L_3 jest również bezkontekstowy. Dla uproszczenia założymy, że alfabet to $\Sigma = \{a, b\}$. Język L_3 zawiera słowa postaci

$$wavbx \quad \text{lub} \quad wbvax$$

gdzie długość słowa v wynosi n , a suma długości słów w i x wynosi $2n$, dla pewnego $n > 0$. Nietrudno napisać gramatykę generującą dokładnie takie słowa.

Język z zadania, będąc sumą czterech wymienionych wyżej języków bezkontekstowych, jest bezkontekstowy.

5. Odpowiedź: **nie**.

Uzasadnienie: Palindromy.

6. Odpowiedź: **nie**.

Uzasadnienie: Niech k oznacza liczbę stanów automatu deterministycznego rozpoznającego $L(A)$; oczywiście $k \leq 2^n$. Najkrótsze słowo nie rozpoznawane przez automat deterministyczny na długość mniejszą niż liczba stanów, więc najkrótsze słowo rozpoznawane przez A ma długość mniejszą niż k , a zatem mniejszą niż 2^n .

7. Odpowiedź: **tak**.

Uzasadnienie: Przeróbmy wyrażenie regularne na równoważną gramatykę G_0 , a potem sprawdźmy, czy w jest generowane przez G_0 i G_1 ale nie przez G_2 , wywołując 3 razy algorytm CYK.

8. Odpowiedź: **tak**.

Uzasadnienie: Każdy język skończony jest rozstrzygalny.

9. Odpowiedź: **tak**.

Uzasadnienie: Język $\Sigma^* a \Sigma^n$ nad $\Sigma = \{a, b\}$ ma 2^{n+1} klas abstrakcji. Dla wystarczająco dużego n , $2^{n+1} > 10n^7$.

10. Odpowiedź: **nie**.

Uzasadnienie: Ponieważ suma głębokości stosów się nie zmienia, automat anty-synchroniczny może być symulowany przez automat skończony.