

Języki, automaty i obliczenia
egzamin poprawkowy – przykładowe rozwiązania zadań
8 września 2017

Rozwiązanie zadania 1. Tak, język $\text{split}(K, L)$ jest regularny, będąc *przeplotem* języków K i L^R (odwrotność języka L), ponieważ operacje przeplotu i odwrotności zachowują regularność.

Rozwiązanie zadania 2. Bez utraty ogólności załóżmy, że gramatyka G nie generuje słowa pustego. Niech $l(X, i)$ oznacza liczbę słów długości i generowanych przez gramatykę G z nieterminala X . Algorytm dynamiczny oblicza $l(X, i)$ dla wszystkich nieterminali, dla kolejnych wartości $i = 1, 2, \dots, n$. Dla $i = 1$, wartość $l(X, 1)$ to liczba produkcji, w których po lewej stronie jest nieterminal X , a prawa strona jest pojedynczą literą. Dla $i > 1$, wartość $l(X, i)$ obliczamy następująco. Każda produkcja $X \rightarrow YZ$ wnosi wartość

$$\sum_{j=1}^{i-1} l(Y, j) \cdot l(Z, i - j).$$

Wartość $l(X, i)$ to suma wartości wniesionych przez wszystkie produkcje, w których po lewej stronie występuje X .

Czy algorytm jest poprawny? Łatwo widać, że każde słowo długości i generowane z X będzie policzone *przynajmniej* raz; ponieważ G jest jednoznaczna, czyli każde słowo generowane przez G ma dokładnie jedno wprowadzenie, każde słowo będzie policzone *dokładnie* raz.

Rozwiązanie zadania 3. Niech \bar{B} oznacza automat deterministyczny rozpoznający dopełnienie języka B , otrzymany przez zamianę stanów akceptujących i nieakceptujących w automacie B . Zatem $L = L(A) \cap L(\bar{B}) \neq \emptyset$. Należy dowieść, że język L zawiera słowo nie dłuższe niż $n = |A| \cdot |B| = |A| \cdot |\bar{B}|$. Rozważmy automat produktowy $A \times \bar{B}$, rozpoznający język L . Automat ten ma dokładnie n stanów, więc najkrótsze słowo przez niego rozpoznawane jest krótsze niż n .

Rozwiązanie zadania 4. Szczególny przypadek problemu, gdy A i G_2 zawierają wszystkie słowa (nad ustalonym alfabetem), to problem uniwersalności gramatyki G_1 . Problem uniwersalności gramatyki bezkontekstowej jest nierozstrzygalny, więc problem z zadania jest również nierozstrzygalny.