

# Zadania przygotowawcze do kolokwium z JAO

Wybrałem tematykę zadań, tak, żeby była spośród tej najważniejszej, obowiązkowej na kolokwium. Same zadania (oprócz 7-go) moim zdaniem prezentują średni poziom trudności, ale mogę się mylić co do któregoś.

1. Rozstrzygnij, czy język  $L = \{a^p b^q : p \perp q\}$  jest regularny.

2. Dla danego języka  $L \subset \{a, b\}^*$  zdefiniujmy język

$$L' = \{uv : u \cdot \text{rev}(v) \in L\},$$

gdzie przez  $\text{rev}(v)$  rozumiemy operację odwrócenia słowa. Rozstrzygnij, czy jeśli  $L$  jest regularny, to  $L'$  też.

3. Napisać lub narysować automat deterministyczny dla języka

$$L = \{w \in \{a, b\}^* : \#(ab, w) \geq \#(baa, w) + 1\},$$

gdzie  $\#(s, w)$  to liczba różnych wystąpień infiksu  $s$  w słowie  $w$ .

4. Napisać gramatykę bezkontekstową dla języka

$$L = \{w \in \{a, b, c\}^* : \#(a, w) \equiv 0 \pmod{3} \quad \text{i} \quad \#(b, w) = \#(c, w)\}.$$

5. Rozstrzygnij, czy języki

$$K = \{a^k b a^l b a^n : k + l = n\}$$

oraz

$$L = \{a^k b a^l b a^n : k \cdot l = n\}$$

są bezkontekstowe.

6. Język  $L$  jest bezkontekstowy. Pokaż, że  $R^{-1}L = \{s : \exists t \in R ts \in L\}$ , gdzie  $R$  to dany język regularny, jest też bezkontekstowy

7\*. Dla języka  $L \subseteq \Sigma^*$  oraz liczby  $k \in \mathbb{N}$  definiujemy  $\text{sito}_k(L)$  jako język

$$\{a_1 a_2 \dots a_n : a_1, a_2, \dots, a_n \in \Sigma, a_1 w_1 a_2 w_2 \dots a_n w_n \in L \text{ dla pewnych } w_1, w_2, \dots, w_n \in \Sigma^k\},$$

czyli innymi słowy ze słów z języka  $L$  wycinamy wszystko oprócz co  $k + 1$ -szej litery. Pokaż, że jeśli  $L$  jest regularny, to  $\bigcup_{k \in \mathbb{N}} \text{sito}_k(L)$  też jest regularny.

Zadania tu umieszczone nie są wymyślone przeze mnie, a jedynie wzięte ze znanych źródeł.