

Języki, automaty i obliczenia

egzamin, 28.06.2017

Każde zadanie rozwiązujemy na oddzielnej kartce. Wszystkie rozwiązania należy uzasadnić.

1. (10 pkt) Dla słowa $w \in \Sigma^*$ jego odwrócenie oznaczamy przez $\text{rev}(w)$. Niech język $L \subseteq \Sigma^*$ będzie regularny. Czy wtedy język

$$\text{mix}(L) = \{u_1 \cdots u_k \mid k \in \mathbb{N}, u_1, \dots, u_k \in \Sigma^*, \text{rev}(u_1) \cdots \text{rev}(u_k) \in L\}$$

jest również regularny?

2. (6 + 4 pkt) Gramatykę bezkontekstową nazywamy *liniową* jeśli ma tylko produkcje postaci $X \rightarrow uYy$ oraz $X \rightarrow u$, gdzie X, Y to nieterminale, a u, v to ciągi terminali.

(6 pkt) Pokaż, że jeśli L jest generowany przez gramatykę liniową, to istnieje stała $N \in \mathbb{N}$ taka, że dla każdego słowa $w \in L$ o długości większej niż N istnieje podział $w = xsytz$ taki, że $st \neq \varepsilon$, $|x|, |z| \leq N$ oraz dla każdego $i \in \mathbb{N}$ zachodzi $xs^i yt^i z \in L$.

(4 pkt) Czy każdy język bezkontekstowy jest generowany przez gramatykę liniową?

3. (10 pkt) Czy następujący problem jest rozstrzygalny: dana gramatyka bezkontekstowa G , czy istnieje słowo $w \in \Sigma^*$ takie, że $wwww \in L(G)$?

4. (10 pkt) Pokaż, że następujący problem jest NP-zupełny. Dane trzy formuły boolowskie ϕ_1, ϕ_2 i ϕ_3 , czy istnieje wartościowanie, dla którego dokładnie dwie z formuł ϕ_1, ϕ_2, ϕ_3 są prawdziwe?