

# Algorytmiczne Aspekty Teorii Gier

Ćwiczenia 11

4 maja 2009

**1. Ilość równowag Nasha.** Ktoś pokazuje rozwiązanie zadania domowego **Ilość równowag Nasha**. (Do uzupełnienia).

**2. Aukcje.** Rozważmy grę w aukcję. Gra  $n$  graczy, gracze są ponumerowani, licytują oni pewien obiekt. Każdy z graczy przed grą wycenia obiekt, gracz  $i$ -ty twierdzi, że dla niego wartość obiektu wynosi  $v_i$ , przy czym zachodzą nierówności  $v_1 > v_2 > \dots > v_n$ .

Następnie ma miejsce licytacja, każdy z graczy równocześnie podaje kwotę  $a_i$ , którą jest w stanie zapłacić. Licytację wygrywa gracz o najmniejszym numerze z tych, którzy podali największą stawkę. Zysk gracza wynosi 0, jeśli nie kupił on obiektu, bądź  $v_i - a_i$  jeśli go kupił.

Udowodnić, że w każdej równowadze Nasha w strategiach czystych obiekt kupuje gracz numer 1.

Rozszerzeniem tego zadania może być zadanie domowe numer 8, bądź też rozszerzenie w ogóle na dowolne strategie mieszane (wówczas wchodzi pojęcie miary).

## Wskazówki

- Zróbmy to nie wprost.
- Jeżeli obiekt kupił gracz o numerze  $k > 1$ , to są dwa przypadki:
  1. albo kupił go za cenę  $a_k > v_k$  i wówczas jego zysk jest ujemny i może on poprawić swoją strategię licytując na przykład  $a_k = v_k$ , wtedy jeśli i tak kupi, to jego zysk będzie równy zero
  2. albo kupił go za cenę  $a_k \leq v_k$ . Wówczas  $a_k \leq v_k < v_1$ , czyli gracz pierwszy może poprawić swoją strategię licytując  $a_1 = a_k$ , kupując w ten sposób obiekt i zyskując  $v_1 - a_k > 0$

Zatem nie może to być równowaga Nasha, sprzeczność.

**3. Aukcje zmodyfikowane.** (Do uzupełnienia).

**4. Gry Ehrenfeuchta-Mycielskiego.** To to samo, co mean payoff games. Definicja + zadanie o równoważności (w pewnym sensie) interpretacji skończonej i nieskończonej. (Do uzupełnienia).