

# Algorytmy i Struktury Danych, 6. ćwiczenia

2019-11-06

## Spis treści

1	<i>d</i> -kopce	1
2	System różnych reprezentantów	1
3	Dijkstra z ograniczonymi wagami	2

## 1 *d*-kopce

*d*-kopiec do drzewo zupełne o stopniu *d* z porządkiem kopcowym (min w korzeniu). Należy pokazać, że poszczególne operacje wykonuje się w czasie:

- Min —  $O(1)$
- DeleteMin —  $O(d \cdot \log_d(n))$
- DecreaseKey —  $O(\log_d(n))$

Koszt implementacji algorytmu Dijkstry, przy użyciu *d*-kopców:  $O(nd \cdot \log_d(n) + m \cdot \log_d(n))$ .

Zanalizować jak należy dobrać *d* w zależności od *m* i *n* (jeśli za *d* weźmiemy  $\max(2, \lceil m/n \rceil)$  to dostajemy  $O(\frac{m \log n}{\log m/n})$ ).

## 2 System różnych reprezentantów

Dana jest rodzina *n* niepustych podzbiorów zbioru  $\{1, 2, \dots, n\}$ , z których każdy to całkowitoliczbowy przedział postaci  $[i, j]$ ,  $i \leq j$ . Zaprojektuj efektywny algorytm sprawdzania, czy zadana rodzina posiada system różnych reprezentantów, a jeśli tak, to podaje jeden z nich.

Możemy udowodnić, że następujący algorytm zachłanny rozwiązuje problem:

- dane: *n* przedziałów  $[l_i, r_i]$ ,
- niech *K* oznacza kopiec zawierający przedziały uporządkowane rosnąco według prawych końców, początkowo kopiec jest pusty
- $y = 1$
- for  $i \in 1, \dots, n$  do:

- dodaj do kopca wszystkie przedziały postaci  $[i, r_k]$ ,
- jeśli kopiec nie jest pusty, to niech  $[l_r, r_k] = \text{ExtractMin}(K)$
- jeśli  $y > r_k$  to zakończ algorytm — BRAK ROZWIĄZANIA
- w przeciwnym przypadku, przydziel jako reprezentanta  $[l_r, r_k]$  wartość  $\max(l_r, y)$
- $y := \max(l_r, y) + 1$

### 3 Dijkstra z ograniczonymi wagami

Aby otrzymać czas  $O(NW + M)$  potrzebujemy kolejki priorytetowej o następujących czasach wykonania poszczególnych operacji:

- EXTRACTMIN —  $O(W)$
- DECREASEKEY —  $O(1)$

Wystarczy zauważyć, że jeśli do jakiegoś wierzchołka istnieje droga, to jej długość jest  $\leq NW$ . Czyli potrzebujemy tablicy  $NW$  elementowej ( $i$ -ty element tablicy zawiera listę nieodwiedzonych wierzchołków w odległości  $i$  od wierzchołka początkowego).