

# WPI - gramatyki bezkontekstowe

31 października 2018

## 1 Gramatyki bezkontekstowe

**Zadanie 1.** Podaj gramatykę języka  $L = \{w \in \{a, b\}^* : \#(a, w) = \#(b, w)\}$ .

**Rozwiązanie zadania 1.**

$$S ::= \langle \text{eps} \rangle \mid aSbS \mid bSaS$$

**Zadanie 2.** Podaj gramatykę języka  $L = \{w \in \{a, b\}^* : \#(a, w) \neq \#(b, w)\}$ .

**Rozwiązanie zadania 2.**

$$\begin{aligned} S &::= A \mid B \\ A &::= RaA \mid RaR \\ B &::= RbB \mid RbR \\ R &::= \langle \text{eps} \rangle \mid aRbR \mid bRaR \end{aligned}$$

**Zadanie 3.** Podaj gramatykę języka  $L = \{w \in \{a, b\}^* : \#(a, w) = 2\#(b, w)\}$ .

**Rozwiązanie zadania 3.**

$$S ::= \langle \text{eps} \rangle \mid SbSaSaS \mid SaSbSaS \mid SaSaSbS$$

**Zadanie 4.** Podaj gramatykę języka  $L$  poprawnych wyrażeń nawiasowych  $()$ .

**Rozwiązanie zadania 4.**

$$S ::= (S)S \mid \langle \text{eps} \rangle$$

lub niejednoznaczna wersja:

$$S ::= (S) \mid SS \mid \langle \text{eps} \rangle$$

**Zadanie 5.** Podaj gramatykę języka  $L$  poprawnych wyrażeń nawiasowych  $() []$ , przy czym nawiasy kwadratowe nie mogą być zawarte w okrągłych.

**Rozwiązanie zadania 5.**

$S ::= [S]S \mid (P)S \mid \langle \text{eps} \rangle$   
 $P ::= (P)P \mid \langle \text{eps} \rangle$

**Zadanie 6.** Podaj gramatykę języka  $L = \{w = a^n b^k c^m : n + k = m\}$ .

**Rozwiązanie zadania 6.**

$S ::= aSc \mid X$   
 $X ::= bXc \mid \langle \text{eps} \rangle$

**Zadanie 7.** Podaj gramatykę języka  $L = \{w = a^n b^k c^m : n + m = k\}$ .

**Rozwiązanie zadania 7.**

$S ::= XY$   
 $X ::= aXb \mid \langle \text{eps} \rangle$   
 $Y ::= bYc \mid \langle \text{eps} \rangle$

**Zadanie 8.** Podaj gramatykę języka  $L = \{w = a^n b^k c^m : n + m = k + 1\}$ .

**Rozwiązanie zadania 8.**

$S ::= aXY \mid XYc$   
 $X ::= aXb \mid \langle \text{eps} \rangle$   
 $Y ::= bYc \mid \langle \text{eps} \rangle$

**Zadanie 9.** Podaj gramatykę języka  $L = \{w = a^n b^k c^m : n + m \neq k\}$ .

**Rozwiązanie zadania 9.**

$S ::= XBY \mid AX Y \mid XYC \mid AX YC$   
 $X ::= aXb \mid \langle \text{eps} \rangle$   
 $Y ::= bYc \mid \langle \text{eps} \rangle$   
 $A ::= aA \mid a$   
 $B ::= bB \mid b$   
 $C ::= cC \mid c$

**Zadanie 10.** Podaj gramatykę języka  $L = \{w = a^n b^k c^m : n + 2m = k + 2\}$ .

**Rozwiązanie zadania 10.**  $S ::= aaXY \mid XYc$   $X ::= aXb \mid \langle \text{eps} \rangle$   $Y ::= bbYc \mid \langle \text{eps} \rangle$

**Zadanie 11.** Wyrażenia arytmetyczne z prawostronnie łącznym potęgowaniem, czyli że np.  $x * y^{z^v}$  parsuje się jako  $x * (y^{(z^v)})$

**Rozwiązanie zadania 11.**

$W ::= S \mid -S \mid W+S \mid W-S$   
 $S ::= C \mid S*C \mid S \text{ div } C \mid S \text{ mod } C$   
 $C ::= P \mid P^C$   
 $P ::= L \mid (W)$   
 $L ::= [1-9][0-9]^* \mid 0$

**Zadanie 12.** Podaj gramatykę języka  $L = \{w \in \{a, b\}^* : \#(a, w) = 2k, k \geq 0\}$ .

**Rozwiązanie zadania 12.**

$S ::= aBaS \mid bS \mid \langle \text{eps} \rangle$   
 $B ::= bB \mid \langle \text{eps} \rangle$

**Zadanie 13.** Podaj gramatykę języka  $L = \{w \in \{a, b\}^* : w \neq abababb\}$ .

**Rozwiązanie zadania 13.**

$S ::= aA \mid bX \mid \langle \text{eps} \rangle$   
 $A ::= bB \mid aX \mid \langle \text{eps} \rangle$   
 $B ::= aC \mid bX \mid \langle \text{eps} \rangle$   
 $C ::= bD \mid aX \mid \langle \text{eps} \rangle$   
 $D ::= aE \mid bX \mid \langle \text{eps} \rangle$   
 $E ::= bF \mid aX \mid \langle \text{eps} \rangle$   
 $F ::= bG \mid aX \mid \langle \text{eps} \rangle$   
 $G ::= aX \mid bX$   
 $X ::= aX \mid bX \mid \langle \text{eps} \rangle$

**Zadanie 14.** Podaj gramatykę języka  $L = \{w \in \{a, b\}^* : w \text{ nie zawiera } aa\}$ .

**Rozwiązanie zadania 14.**

$S ::= aB \mid B$   
 $B ::= bS \mid \langle \text{eps} \rangle$

**Zadanie 15.** Podaj gramatykę języka  $L = \{w \in \{a, b\}^* : w \text{ nie zawiera } aaa\}$ .

**Rozwiązanie zadania 15.**

$S ::= aaB \mid aB \mid B$   
 $B ::= bS \mid \langle \text{eps} \rangle$

**Zadanie 16.** Podaj gramatykę języka  $L = \{w \in \{a, b\}^* : w \text{ nie zawiera } abaab\}$ .

**Rozwiązanie zadania 16.**

$S ::= a S_1 \mid b S \mid \langle \text{eps} \rangle$   
 $S_1 ::= b S_2 \mid a S_1 \mid \langle \text{eps} \rangle$   
 $S_2 ::= a S_3 \mid b S \mid \langle \text{eps} \rangle$   
 $S_3 ::= a S_4 \mid b S_2 \mid \langle \text{eps} \rangle$   
 $S_4 ::= a S_1 \mid \langle \text{eps} \rangle$

**Zadanie 17.** Podaj gramatykę języka  $L = \{w \in \{a, b\}^* : w \neq a^n b^n a^n\}$ .

**Rozwiązanie zadania 17.**

$S ::= A \mid AB \mid APQ \mid PBQ \mid PQB \mid ABABX \mid BX$   
 $P ::= aPb \mid ab$   
 $Q ::= bQa \mid ba$   
 $A ::= aA \mid a$   
 $B ::= bB \mid b$   
 $X ::= aX \mid bX \mid \langle \text{eps} \rangle$   
 $Y ::= aX \mid bX$

**Zadanie 18.** Przez segment słowa  $v \in A^*$  składający się z tych samych liter  $x$  nazwiemy takie słowo  $w = x^k$  dla pewnego  $x \in A$  oraz  $k \in \mathbb{N}^+$ , że  $v = w'ww''$  dla pewnych  $w', w'' \in A^*$ . Segment taki jest maksymalny, jeśli ani  $w'$  nie kończy się na  $x$ , ani  $w''$  nie zaczyna się od  $x$ . Napisz gramatykę generującą wszystkie słowa  $v$  nad alfabetem  $\{a, b, c\}$  o tej właściwości, że każdy maksymalny segment złożony z samych liter  $b$  w słowie  $v$  musi być bezpośrednio poprzedzony przez dłuższy segment złożony z samych liter  $a$ .

**Rozwiązanie zadania 18.**

$S ::= \langle \text{eps} \rangle \mid CS \mid TS$   
 $T ::= A \mid aTb$   
 $A ::= a \mid aA$   
 $C ::= c \mid cC$

**Zadanie 19.** Podaj gramatykę, która wygeneruje słowa nad alfabetem  $0, 1$ , które mają tyle samo jedynek na pozycjach parzystych co na pozycjach nieparzystych.

**Rozwiązanie zadania 19.**

$S ::= X \mid X0 \mid X01X1$   
 $X ::= \langle \text{eps} \rangle \mid NX \mid AXBX \mid BXA X$   
 $N ::= 00 \mid 10$   
 $A ::= 01$   
 $B ::= 10$