

Analiza Funkcjonalna - 81 b)

Krzysztof Zakrzewski

27 stycznia 2021

81 b).

Niech $\phi \in V^*$, będzie takie, że $\|\phi\| = 1$ i $\phi(v) = \|v\|$, takie ϕ istnieje na podstawie wniosku z tw Hahna-Banaha. Ustalmy $\epsilon > 0$, zauważmy, że wektory v_n , dla dostatecznie dużych n , trafiają do zbioru C_ϵ , wynika to z tego, że $\|v_n\| \rightarrow \|v\|$ i $\phi(v_n) \rightarrow \phi(v)$. Oczywiście mamy też $\{v\} = \bigcap C_\epsilon$, (v leży w przecięciu tych zbiorów z definicji, a żaden inny punkt w tym zbiorze nie leży z tw Cantora (jest ważne, że średnice tych zbiorów dążą do 0 co wiemy z poprzedniego podpunktu)). Skoro średnice tych zbiorów dążą do 0 i w każdym leżą wszystkie elementy ciągu (v_n) z wyjątkiem skończonego wielu, to $\|v_n - v\| \rightarrow 0$