Jakub Ochnik, zadanie 22.

Rozumuję przez sprzeczność:
załóżmy, że istnieje przekształcenie liniowe F identycznościowe na W i $||F|| = 1$.
Jest $\dim(W) = 2$, a więc $\ker(F) = \mathrm{lin}(k)$ dla pewnego niezerowego wektora k nienależącego do W.

Dalej szukać będziemy wektorów a, b z W i $\ker(F)$ odpowiednio, takich że $||a + b|| < 1$ i $||a|| = 1$.

Kula $B(1)$ w danej normie to sześcian o wierzchołkach $(\pm1, \pm1, \pm1)$.
W to płaszczyzna, która przecina wnętrza ścian $x = 1$, $y = 1$ i $z = 1$ sześcianu $B(1)$, bo przecina:
$x = 1$ w punkcie $(1, 1/2, 1/2)$,
$y = 1$ w punkcie $(1/2, 1, -1/2)$,
$z = 1$ w punkcie $(1/2, -1/2, 1)$

Wektor k nie może być równoległy do każdej z tych ścian. Bzo jest więc nierównoległy do ściany X: $x = 1$.
Weźmy punkt w z przecięcia W i wnętrza X.

Część „obrazkowa":
Wówczas któryś z wektorów $w+k$, $w-k$ jest zawarty we wnętrzu $B(1)$ dla k o odpowiednio małym module.
Jest tak, gdyż wektory $\pm k$ poprowadzone z punktu (czubka wektora) w są nierównoległe do ściany X i skierowane przeciwnie – jeden „na zewnątrz", drugi „do wewnątrz". Biorąc ten „do wewnątrz" - bzo k - i skalując przez $a>0$ tak, żeby $w+ak$ znajdowało się we wnętrzu sześcianu $B(1)$ (co możemy zrobić, gdyż w znajduje się we wnętrzu ściany X sześcianu) otrzymujemy ostatecznie żądane wektory: $a = w$, $b = ak$.

Znalazłszy a i b spełniające $||a + b|| < 1$ i $||a|| = 1$ widzimy, że $||F|| > 1$, bo:
$||F|| \geq ||F(a + b)|| / ||a + b|| = ||a|| / ||a + b|| = 1 / ||a + b|| > 1$.