

Zdefiniujmy:

$$A_n = \bigcap_{i=1}^{\infty} f_i^{-1}([-n, n])$$

Wówczas A_n są domknięte z ciągłości f_i .

Z punktowej ograniczoności rodziny f_i wynika, że:

$$X = \bigcup_{i=1}^{\infty} A_i$$

A z tw. Baire'a (X spełnia warunki jako przestrzeń metryczna zupełna) wynika, że dla pewnego i zbiór A_i ma niepuste wnętrze.

Zawarty w tymże A_i zbiór otwarty jest szukanym zbiorem.