

ZADANIA PRZYGOTOWAWCZE DO KOŁOKWIUM  
WE WTOREK, 11.05.2010

**Zadanie 1.** Wykonać analizę punktów krytycznych funkcji  $f$  zadanej wzorem

- $f(x, y) = x^3 + 22x^2 + 41y^2 - 24xy - 176x - 68y + 500$
- $f(x, y, z) = 4x^3 - 4y^3 - 26x^2 + 21y^2 - 3z^2 - 2yz + 56x - 30y + 22z$

**Zadanie 2.** Wykaż równość następujących  $\sigma$ -ciał na przestrzeni  $\mathbb{R}^2$ :

1.  $\sigma(\{[a, b] \times [c, d] : a, b, c, d \in \mathbb{R}\})$
2.  $\sigma(\{(-\infty, p) \times (-\infty, q) : p, q \in \mathbb{Q}\})$
3.  $\sigma(\{X \times Y : X, Y \in \mathcal{B}(\mathbb{R})\})$
4.  $\sigma(\{U : U \text{ jest otwartym podzbiorem } \mathbb{R}^2\})$

**Zadanie 3.** Niech  $(X, \mathfrak{M}, \mu)$  będzie przestrzenią mierzalną. Pokaż, że:

1. jeśli  $f: X \rightarrow \mathbb{R}$  jest funkcją mierzalną, to  $|f|$  też taka jest
2. jeśli  $f$  jest funkcją całkowalną, to  $|\int_X f \, d\mu| \leq \int_X |f| \, d\mu$

**Zadanie 4.**  $\longrightarrow$  Zadanie 39 z  $X$  rozdziału skryptu.