Grafy rzadkie

lista pytań egzaminacyjnych

styczeń 2013

---

1. Jakie własności mają grafy planarne? (Definicja, gęstość krawędziowa, średni stopień, minimalny stopień, kolorowania).
2. Co to jest graf k-zdegenerowany? Jaki jest związek degeneracji grafu G z parametrem $\nabla_0 G$? Charakteryzacja degeneracji za pomocą liniowego porządku na wierzchołkach. Algorytm na znajdowanie takiego porządku.
3. Pokazać, że graf o dużej gęstości krawędziowej zawiera podgraf indukowany o dużym stopniu minimalnym.
4. Jaki jest związek liczby chromatycznej grafu $\chi(G)$ z $\nabla_0 G$?
5. Algorytm liniowy dla następującego problemu:
   - Wejście: k-zdegenerowany graf G
   - Parametry: $k, n \in \mathbb{N}$
   - Zdecydować: czy G zawiera klikę K_n?

   Czy jest algorytm liniowy, gdy zamiast K_n jest dowolny graf o n wierzchołkach?
6. Minory, minory topologiczne, głębokość minora, rezolucja, rezolucja topologiczna.
7. Przykłady klas grafów wykluczających minor. Przykłady klas wykluczających minor topologiczny.
8. Twierdzenie Kuratowskiego i twierdzenie Wagnera.
9. Sformułowanie twierdzenia Robertsona-Seymoura.
10. Wykluczanie minora implikuje ograniczoną gęstość krawędziową (sformułowanie).
11. Równoważne definicje klas nigdziegęstych. Które implikacje są łatwe?
12. Przykłady klas nigdziegęstych, relacje pomiędzy nimi (ograniczony genus, ograniczony treewidth, wykluczony minor, itd.)
13. Treewidth – definicja, podstawowe własności (np. mały treewidth implikuje mały separator.). Przykłady klas o ograniczonym treewidth, i przykłady o nieograniczonym. Związki treewidth z kratami (sformułowanie).
14. Złożoność obliczeniowa znajdowania treewidth grafu.
15. Treedepth – definicja, podstawowe własności. Związki treedepth ze ścieżkami.
16. Definicja klas o ograniczonej ekspansji.

17. Parametry $\nabla_d(G), \chi_d^{\mathrm{td}}(G)$, $\chi_d^{\mathrm{cent}}(G)$, $\chi_d^{\mathrm{tw}}(G)$ oraz związki pomiędzy nimi. Dowody nierówności

$$\begin{array}{ccccc} \chi_{\text{-}}^{\mathrm{tw}} & \preceq & \chi_{\text{-}}^{\mathrm{td}} & \succeq & \nabla_{\text{-}} \\ & & \rotatebox{90}{$\preceq$} & & \\ & & \chi_{\text{-}}^{\mathrm{cent}} & & \end{array}$$

18. Definicja rezolucji drzewiastej. Związek z parametrami z poprzedniego podpunktu. Ogólny zarys dowodu nierówności $\nabla_{-} \succeq \chi_{-}^{\mathrm{cent}}$.

19. Charakteryzacja klas o ograniczonej ekspansji za pomocą rezolucji.

20. Algorytm liniowy dla następującego problemu, gdzie $k, d \in \mathbb{N}$ – ustalone:

    - Wejście: graf G taki, że $\chi_d^{\mathrm{cent}}(G) \leq k$
    - Znaleźć: kolorowanie grafu G o szerokości drzewiastej $\leq d$, używające k kolorów.

21. Algorytm liniowy dla następującego problemu, gdzie $\mathcal{C}$ – klasa o ograniczonej ekspansji, oraz H jest dowolnym ustalonym grafem.

    - Wejście: graf $G \in \mathcal{C}$,
    - Zdecydować: czy G zawiera podgraf izomorficzny z H (w skrócie: czy $H \subseteq G$)?

    Algorytm prawie liniowy dla powyższego problemu, gdy $\mathcal{C}$ jest klasą nigdziegęstą.

22. Dla jakich klas grafów znany jest algorytm FPT na ewaluacje formuł FO? Dla jakich problemów znane są algorytmy FPT na klasach nigdziegęstych?

23. Klasy quasi-wide, uniformily quasi-wide, oraz związki z nigdziegęstością. Dowód równoważności tych pojęć.