

Zadania domowe

12.01.2008

Zadanie 1 Znaleźć geodezyjne na walcu.

Zadanie 2 Znaleźć geodezyjne na stożku.

Zadanie 3 Niech p będzie punktem na sferze jednostkowej oraz niech Γ będzie dowolnym okręgiem leżącym na sferze, przechodzącym przez punkt p . Opisz wzorem, jak wygląda przesunięcie równoległe wzdłuż Γ , w zależności od kąta nachylenia okręgu Γ do wektora normalnego w p .

Wskazówka: obliczeń z ćwiczeń nie należy powtarzać.

Zadanie 4 Wykaż, że jeżeli γ jest parametryzacją łukową geodezyjnej na powierzchni zorientowanej $M \subset \mathbb{R}^3$ takiej, że

$$II_{\gamma(s)}(\gamma'(s), \gamma'(s)) = 0$$

dla każdego s , to obraz γ jest odcinkiem.

Zadanie 5 Udowodnij twierdzenie Clairout: dla geodezyjnej Γ na powierzchni obrotowej M , iloczyn

$$u(p) \cdot \cos(\alpha(p))$$

jest stały dla $p \in \Gamma$, gdzie $u(p)$ jest odległością p od osi obrotu, a $\alpha(p)$ jest kątem, pod jakim Γ przecina równoleżnik przechodzący przez p .