

Egzamin
1 lipca 2006

Zadanie 1 a) Wypisz wszystkie podane na wykładzie warunki na to, by punkt p był wierzchołkiem wielościanu $W \subset R^n$.

b) Niech p będzie wierzchołkiem wielościanu W zawartego w przestrzeni R^n . Niech S będzie zbiorem takich wektorów $\alpha \in R^n$, że wierzchołek p jest punktem optymalnym zadania $Max \{x_0 = \langle \alpha; x \rangle \mid x \in W\}$.

b1) Udowodnij, że S jest zbiorem wypukłym.

b2) Udowodnij, że S jest wielościanem.

Zadanie 2 Opisz dwufazową metodę sympleks na przykładzie poniższego zadania i wypisz wszystkie punkty optymalne.

$Max x_0 = x_1 - 7x_2 - 2x_3$, gdy:

$$x_1 - 5x_2 - 2x_3 \geq 4$$

$$x_1 - 5x_2 + x_3 \geq 3$$

$$x_1 - 6x_2 - 2x_3 \leq 5$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0.$$

Zadanie 3 Rozważmy zagadnienie programowania liniowego:

$Max x_0 = 3x_1 - 4x_2 + 2x_3 - x_4$, gdy

$$2x_1 + 3x_2 - 2x_3 - x_4 \geq 4$$

$$x_1 - 2x_2 + x_3 - 2x_4 = -8$$

$$6x_1 - 3x_2 - 5x_3 + 5x_4 \leq 1$$

$$x_1 \leq 0, x_2 \geq 0, x_3 \in R, x_4 \leq 0$$

a) Zbadaj, czy $(0, 3, -2, 0)$ jest wierzchołkiem obszaru dopuszczalnego.

b) Opisz jedną z krawędzi przechodzących przez punkt $(0, 3, -2, 0)$.

c) Napisz zadanie dualne.

d) Stosując warunki równowagi sprawdź czy $(0, 3, -2, 0)$ jest punktem optymalnym?

e) Opisz wszystkie punkty optymalne zadania dualnego.

f) Zbadaj jaki wymiar ma zbiór punktów optymalnych zadania pierwotnego.

Zadanie 4 Stosując podział Denkina lub odcięcie Gomory'ego rozwiąż w liczbach całkowitych następujące zadanie i wypisz wszystkie punkty optymalne.

$Min x_0 = x_3 + 3x_4 + 5x_5$, gdy

$$x_1 + \frac{1}{2}x_3 + 2x_4 + \frac{3}{2}x_5 = 2$$

$$x_2 + \frac{1}{2}x_3 + \frac{1}{2}x_4 + 3x_5 = \frac{9}{2}$$

$$\forall_i x_i \geq 0, x_i \in Z.$$

Zadanie 5 Znajdź wszystkie optymalne schematy przewozów dla zadania transportowego:

Koszty	H_1	H_2	H_3	H_4	Popyty
S_1	9	2	1	10	8
S_2	3	3	0	6	5
S_3	9	5	6	15	11
Podaż	5	5	10	4	

Zalecaną jest metoda minimalnych kosztów.