## ćwiczenia 3.04.2020

**Zadanie 1** *Niech $L_1$ będzie prostą w przestrzeni $\mathbb{R}^3$ opisaną układem:*
$$\begin{cases} x+y+z &= 10 \\ 2x-y+z &= 7 \end{cases}$$
*Niech $L_2 = [8,5,2] + \text{lin}\{(5,2,-2)\}$ zaś $L_3$ będzie prostą o wektorze kierunkowym $(3,1,0)$ przecinającą proste $L_1$ i $L_2$.*

*a) Znajdź przedstawienie parametryczne prostej $L_1$.*

*b) Znajdź równanie płaszczyzny $\pi$ zawierającej prostą $L_2$, do której $L_1$ jest równoległa.*

*c) Znajdź układ równań opisujący prostą $L_3$ i punkty przecięcia $L_1 \cap L_3$ i $L_2 \cap L_3$.*

**Zadanie 2** *Niech $l_1 = [0,1,1] + \text{lin}\{(1,2,0)\}$ i $l_2 : \begin{cases} x_1+2x_2-3x_3=4 \\ 2x_1+2x_2-6x_3=6 \end{cases}$ będą prostymi w $R^3$.*

*Niech prosta $l$ przechodzi przez punkt $[4,4,1]$ i przecina obie proste $l_1$ i $l_2$. Opisz $l$ i znajdź punkty przecięcia.*

**Zadanie 3** *Niech $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ będzie przekształceniem afinicznym.*

*1) Wykazać, że jeżeli $f$ przeprowadza parę prostych skośnych na parę prostych równoległych to $f$ nie jest różnowartościowe.*

*2) Podać przykład takiego przekształcenia.*

**Zadanie 4** *Niech $l = [2,3,0] + \text{lin}\{(1,2,-3)\}$ i $\Pi : 6x - 4y - z = -1$ będą podprzestrzeniami $\mathbb{R}^3$.*

*a) Znaleźć wzór analityczny i macierz przekształcenia afinicznego $f_1 : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$, które jest rzutem na prostą $l$ wzdłuż płaszczyzny $\Pi$.*

*b) Znaleźć wzór analityczny i macierz przekształcenia afinicznego $f_2 : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$, które jest rzutem na płaszczyznę $\Pi$ wzdłuż prostej $l$.*

*c) Znaleźć wzór analityczny i macierz przekształcenia afinicznego $f_3 : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$, które jest symetrią względem prostej $l$ wzdłuż płaszczyzny $\Pi$.*

*d) Znaleźć wzór analityczny i macierz przekształcenia afinicznego $f_4 : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$, które jest symetrią względem płaszczyzny $\Pi$ wzdłuż prostej $l$.*

**Zadanie 5** *Znaleźć wzór analityczny i macierz dowolnego przekształcenia afinicznego $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$, które parę prostych $l_1 = [1,1,1] + \text{lin}\{(1,0,1)\}$ i $l_1 = [1,0,0] + \text{lin}\{(1,1,1)\}$ zamienia miejscami.*