ćwiczenia 19.05.2020

Zadanie 1 *Niech przekształcenie* $f : \mathbb{E}^2 \to \mathbb{E}^2$ *ma w pewnej bazie macierz* $M(f)_{\mathcal{B}}^{\mathcal{B}} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -5 & -1 \end{bmatrix}$. *Udowodnij, że przekształcenie* f *nie jest samosprzężone.*

Zadanie 2 *Znajdź takie przekształcenie samosprzężone* $f : \mathbb{E}^2 \to \mathbb{E}^2$ *i bazę* $\mathcal{B}$ *taką, że* $M(f)_{\mathcal{B}}^{\mathcal{B}} = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 6 \end{bmatrix}$.

Zadanie 3 *Znajdź takie przekształcenie samosprzężone* $f : \mathbb{E}^2 \to \mathbb{E}^2$ *i taki wektor* α, *że w bazie* $\mathcal{B} = (e_1, \alpha)$ *zachodzi* $M(f)_{\mathcal{B}}^{\mathcal{B}} = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 6 \end{bmatrix}$.

Zadanie 4 *Niech* $A \in M_{n\times n}(\mathbb{R})$ *będzie macierzą ortogonalną. Udowodnij, że wiersze macierzy* A *tworzą bazę ortonormalną* $\mathbb{R}^n$.

Zadanie 5 *Niech* $f \in L(\mathbb{R}^n; \mathbb{R}^n)$ *będzie takie, że w dowolnej bazie* $\mathcal{B}$ *macierz* $M_{\mathcal{B}}^{\mathcal{B}}(f)$ *jest ortogonalną. Wykaż, że* $f = \pm id$.