ćwiczenia 17.04.2020

Zadanie 1 *Rozważmy prostą* $L = (0,0,1) + \mathrm{lin}((1,1,1)) \subset \mathbb{R}^3$.

(a) Znaleźć $L \cap M$, *gdzie* $M = \mathrm{af}((2,0,1),(2,-1,0),(0,0,2)) \subset \mathbb{R}^3$.

(b) Znaleźć równanie płaszczyzny P *zawierającej* L *i równoległej do podprzestrzeni afinicznej* $K \subset \mathbb{R}^3$ *opisanej układem równań*
$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 1 \\ x_1 - x_2 - x_3 = -1 \end{cases}.$$

Zadanie 2 *Niech* H *będzie przestrzenią afiniczną nad* $\mathbb{R}$ *i niech* $H \supset X \neq \emptyset$ *będzie takim podzbiorem* H, *że* $\mathrm{af}(p,q) \subset X$ *dla każdych* $p,q \in X$. *Pokazać, że* X *jest podprzestrzenią afiniczną* H.

Zadanie 3 *Załóżmy, że* $p_0, p_1, ..., p_n$ *jest afinicznie niezależnym układem punktów przestrzeni afinicznej* H. *Czy jest prawdą, że układ wektorów* $\overrightarrow{p_np_{n-1}}, \overrightarrow{p_np_{n-2}}, ..., \overrightarrow{p_np_1}, \overrightarrow{p_np_0}$ *jest bazą przestrzeni liniowej* $T(\mathrm{af}(p_0,p_1,...,p_n))$?

Zadanie 4 *Niech* H *przestrzeń afiniczna nad* $\mathbb{R}$ *i niech* $(p_0,p_1,...,p_n)$ *będzie bazą punktową* H. *Czy jest prawdą,*
że $H = \{tp_i + (1-t)p_j \mid i,j = 0,1,...,n \text{ oraz } t \in \mathbb{R}\}$?

Zadanie 5 *Niech* H *przestrzeń afiniczna nad* $\mathbb{R}$ *wymiaru* $n \geq 3$ *i niech* $K, L \subset H$ *dwie rozłączne i nie równoległe proste. Jaki jest najmniejszy wymiar takiej podprzestrzeni afinicznej* P *przestrzeni* H, *że* $K, L \subset P$?

Zadanie 6 *Niech* $l = [-1,3,5] + \mathrm{lin}\ \{(0,2,1)\}$ *i* $H:\ x_1 + x_2 - x_3 + 5 = 0$ *będą prostą*
i płaszczyzną w przestrzeni $\mathbb{E}^3$.
a) Znajdź obraz l *w rzucie prostopadłym na* H.
b) Napisz wzór analityczny i macierz symetrii S *względem prostej* l.
c) Opisz obraz H *w symetrii* S.

Zadanie 7 *Niech* $f: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ *będzie przekształceniem afinicznym określonym wzorem:* $f([x,y,z]) = [x+z, y-z+2, x+y+3]$.
Znajdź układ równań opisujący przestrzeń $f(E)$ *i jej bazę punktową, gdzie* E *jest podprzestrzenią afiniczną opisaną równaniem:* $x + z = 2$.

Zadanie 8 *Niech* $l = [1,0,3] + \mathrm{lin}\ \{(2,2,1)\}$ *będzie prostą w przestrzeni* $E(\mathbb{R}^3)$.
a) Napisz wzór analityczny i macierz symetrii S *względem prostej* l.
b) Opisz obraz płaszczyzny $H = \mathrm{af}\{[1,2,3],[1,2,0],[0,2,3]\}$ *w symetrii* S.