

## ćwiczenia 12.05.2020

**Zadanie 1** Niech  $W = \{\alpha \in \mathbb{R}^3; \langle \alpha; (1, 2, 3) \rangle = 3\}$ . Wykaż, że  $W$  jest podprzestrzenią afiniczną  $E$  i znajdź bazę punktową  $W$ .

**Zadanie 2** Niech  $A = \text{lin}\{(1, 2, 1), (1, 0, 1)\}$  zaś  $B = (1, 0, 1)^\perp$ . Znajdź izometrię  $\phi : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  taką, że  $\phi(A) = B$ .

**Zadanie 3** Niech  $V = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3; x_1 - x_2 + x_3 = 0\}$ .

a) Znaleźć bazę ortonormalną przestrzeni  $V$ .

b) Znaleźć wzór na przekształcenie  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  będące rzutem prostopadłym na  $V$  i macierz  $f$  w bazie standardowej.

**Zadanie 4** Niech  $M = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$  będzie macierzą funkcjonatu dwulinowego  $f$  w bazie standardowej.

a) Znajdź bazę w której macierzą  $f$  jest macierz jednostkowa.

b) Czy  $f$  jest iloczynem skalarnym?

**Zadanie 5** Niech  $V = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3; x_1 - 2x_2 + x_3 = 0\}$ .

a) Znaleźć bazę ortonormalną przestrzeni  $V$ .

b) Znaleźć wzór na przekształcenie  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  będące rzutem prostopadłym na  $V$  i macierz  $f$  w bazie standardowej.

**Zadanie 6** a) Wykaż, że w przestrzeni liniowej euklidesowej  $\mathbb{E}^3$  kwadrat każdej izometrii jest obrotem. (Identyczność jest obrotem o kąt 0. ).

b) Niech  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  będzie określone macierzą  $\begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ .

Wykaż, że  $f$  jest obrotem. Znajdź oś obrotu i kąt.

c) Niech  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  będzie określone macierzą  $\begin{bmatrix} \frac{2}{3} & \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} \\ \frac{3}{3} & -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} \\ \frac{1}{3} & -\frac{2}{3} & -\frac{1}{3} \end{bmatrix}$ .

Wykaż, że  $f$  jest obrotem. Znajdź oś obrotu i kąt.

**Zadanie 7** Znajdź macierz obrotu w  $E^3$  o osi  $\text{lin}\{(2, 1, 0)\}$  i kącie, którego  $\cosinus = -\frac{2}{3}$ .

**Zadanie 8** Niech  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  będzie obrotem. Opisz kąt obrotu w zależności od śladu  $f$ .