Niech S będzie sferą jednostkową o środku w $0 \in \mathbf{R}^{n+1}$, T będzie podprzestrzenią liniową $\mathbf{R}^{n+1}$ wymiaru n, zaś $\nu \in \mathbf{R}^{n+1}$ będzie wektorem jednostkowym prostopadłym do T. Dla każdego punktu $x \in T$ promień $r(x) = \{t(x-\nu) : t \in (0,\infty)\}$ przecina S dokładnie w jednym punkcie $\varphi(x)$, tj. $\{\varphi(x)\} = r(x) \cap S$. Przekształcenie φ^{-1} nazywamy *rzutem stereograficznym*. Zauważmy, że $\varphi[T] = S \setminus \{\nu\}$.
Niech $x \in T$, $x \neq 0$, zaś $\alpha \in (0,\pi)$ będzie kątem, który tworzy promień $r(x)$ z hiperpłaszczyzną T. Zauważmy, że punkty 0, x oraz $\varphi(x)$ leżą w płaszczyźnie rozpiętej przez wektory jednostkowe $x/|x|$ i ν. Proste porównywanie trójkątów pozwala stwierdzić, że $\sphericalangle(\varphi(x), 0, x) = \frac{\pi}{2} - 2\alpha$. Otrzymujemy

$$\varphi(x) = \cos(\pi/2 - 2\alpha)\tfrac{x}{|x|} + \sin(\pi/2 - 2\alpha)\nu = \sin(2\alpha)\tfrac{x}{|x|} + \cos(2\alpha)\nu\,.$$

Mamy również $\operatorname{tg}(\alpha) = \frac{1}{|x|}$. Zatem

$$\varphi(x) = \frac{2\operatorname{tg}(\alpha)}{1+\operatorname{tg}^2(\alpha)}\frac{x}{|x|} + \frac{1-\operatorname{tg}^2(\alpha)}{1+\operatorname{tg}^2(\alpha)}\nu = \frac{2|x|}{|x|^2+1}\frac{x}{|x|} + \frac{|x|^2-1}{|x|^2+1}\nu\,.$$

Dla $u \in T$ dostajemy także

$$\begin{aligned}\mathrm{D}\varphi(x)u = \frac{2\frac{\langle x\,,u\rangle}{|x|}(|x|^2+1) - 4\langle x\,,u\rangle|x|}{(|x|^2+1)^2}\frac{x}{|x|} &+ \frac{2}{|x|^2+1}\Big(u - \Big\langle \tfrac{x}{|x|}\,,u\Big\rangle\tfrac{x}{|x|}\Big)\\ &+ \frac{2\langle x\,,u\rangle(|x|^2+1) - 2\langle x\,,u\rangle(|x|^2+1)}{(|x|^2+1)^2}\nu\,;\end{aligned}$$

jeśli $u \perp x$, to dostajemy

$$\mathrm{D}\varphi(x)u = \frac{2}{|x|^2+1}u\,,$$

a jeśli $u = x/|x|$, to

$$\mathrm{D}\varphi(x)u = \frac{2(1-|x|^2)}{(1+|x|^2)^2}\frac{x}{|x|} + \frac{4|x|}{(1+|x|^2)^2}\nu\,.$$

Wybierzmy bazę ortonormalną $u_1,\dots,u_n \in T$ taką, że $u_n = x/|x|$. Przypomnijmy, że wyznacznik Grama $\mathrm{D}\varphi(x)$, to długość iloczynu wektorowego wektorów $\mathrm{D}\varphi(x)u_i$ dla $i = 1,2,\dots,n$, czyli

$$\begin{aligned}|\det \mathrm{D}\varphi(x)^* \circ \mathrm{D}\varphi(x)|^2 &= |\mathrm{D}\varphi(x)u_1 \times \cdots \times \mathrm{D}\varphi(x)u_n|^2\\ &= \Big|\Big(\frac{2}{1+|x|^2}\Big)^{n-1} u_1 \times \cdots \times u_{n-1} \times \Big(\frac{2(1-|x|^2)}{(1+|x|^2)^2}u_n + \frac{4|x|}{(1+|x|^2)^2}\nu\Big)\Big|^2\\ &= \Big|\frac{2^n(1-|x|^2)}{(1+|x|^2)^{n+1}}u_1 \times \cdots \times u_n + \frac{2^{n+1}|x|}{(1+|x|^2)^{n+1}}u_1 \times \cdots \times u_{n-1} \times \nu\Big|^2.\end{aligned}$$

Zauważając, że wektory $u_1 \times \cdots \times u_n \in \mathbf{R}^{n+1}$ i $u_1 \times \cdots \times u_{n-1} \times \nu \in \mathbf{R}^{n+1}$ są do siebie prostopadłe, a następnie korzystając z twierdzenia Pitagorasa otrzymujemy

$$\begin{aligned}|\det \mathrm{D}\varphi(x)^* \circ \mathrm{D}\varphi(x)| &= \left(\left(\frac{2^n(1-|x|^2)}{(1+|x|^2)^{n+1}}\right)^2 + \left(\frac{2^{n+1}|x|}{(1+|x|^2)^{n+1}}\right)^2\right)^{1/2} \\ &= \frac{2^n}{(1+|x|^2)^{n+1}}\big((1-|x|^2)^2 + (2|x|)^2\big)^{1/2} = \frac{2^n}{(1+|x|^2)^n}\,.\end{aligned}$$

Możemy teraz obliczyć miarę sfery jednostkowej S

$$\ell_S(S) = \int \frac{2^n}{(1+|x|^2)^n}\,\mathrm{d}\ell_n(x) = 2^n n\boldsymbol{\alpha}(n)\int_0^\infty \frac{r^{n-1}}{(1+r^2)^n}\,\mathrm{d}\ell_1(r)\,.$$

Przykładowo dla $n = 2$ otrzymujemy, podstawiając $s = r^2$,

$$\ell_S(S) = 4\cdot 2\pi\int_0^\infty \frac{r}{(1+r^2)^2}\,\mathrm{d}\ell_1(r) = 4\pi\int_0^\infty \frac{\mathrm{d}\ell_1(s)}{(1+s)^2} = 4\pi\,\frac{(1+s)^{-1}}{-1}\bigg|_0^1 = 4\pi\,.$$