

1. [0,6 pkt] Oblicz całki:

$$\int_0^{\pi/4} \operatorname{tg}^4(x) \, dx, \quad \int_{-1}^{\sqrt{2}} \frac{x \, dx}{1+x^4}, \quad \int_0^{\pi/2} x \sin(x) \, dx.$$

2. [0,6 pkt] Wyznacz ekstrema funkcji:

$$f: [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \int_0^x \frac{(3t-2)(4t-5)}{t^2-t+3} \, dt.$$

3. [0,6 pkt] Udowodnij nierówności:

$$\arctg(2) \leq \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x} + x^{3/2} + \ln^7(1+x)} \leq \frac{\pi}{2}.$$

4. [0,6 pkt] Niech  $f: [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$  będzie dowolną funkcją ciągłą. Udowodnij tożsamość:

$$\int_0^\pi x f(\sin x) \, dx = \frac{\pi}{2} \int_0^\pi f(\sin x) \, dx.$$

5. [0,6 pkt] Znajdź liczbę  $x \in \mathbb{R}$  spełniającą równanie:

$$\int_{\ln 2}^x \frac{dt}{\sqrt{\exp t - 1}} = \frac{\pi}{6}.$$