

Schemat badania przebiegu zmienności funkcji (za wykładem):

1. Określić dziedzinę funkcji.
2. Wyznaczyć punkty przecięcia z osiami.
3. Określić parzystość funkcji.
4. Obliczyć granice na końcach przedziałów określoności.
5. Wyznaczyć asymptoty (poziome, pionowe i ukośne).
6. Obliczyć pochodną funkcji. Wyznaczyć przedziały monotoniczności i ekstrema lokalne.
7. Obliczyć drugą pochodną i wyznaczyć przedziały wklęsłości i wypukłości funkcji oraz punkty przegięcia.
8. Tabela podsumowująca.
9. Naszkicować orientacyjnie wykres.

-
1. **[0,6 pkt]** Obliczyć granicę

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (x^2(\arctg x - \pi/2) + x).$$

2. **[0,6 pkt]** Obliczyć granicę

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin x}{x} \right)^{1/x^2}.$$

3. **[0,6 pkt]** Niech $a, b \in \mathbb{R}$ spełniają $a < b$, a funkcja $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ będzie różniczkowalna. Ponadto wiadomo, że $f(a) = f(b)$ oraz, że f nie jest stała na żadnym przedziale. Pokazać, że musi istnieć $x \in (a, b)$ taki, że pochodna f' zmienia znak w x .
4. **[0,6 pkt]** Pokazać, że wszystkie punkty przegięcia funkcji $f(x) = x \sin x$ leżą na krzywej opisanej równaniem $y^2(x^2 + 4) = 4x^2$.
5. **[0,6 pkt]** Zbadać przebieg zmienności funkcji:
 - (a) $f(x) = |x|e^{-x^2}$,
 - (b) $g(x) = e^x(x + 1)^{-1}$.