Analiza matematyczna II.1, 2011/2012

Seria VIII: 2 stycznia 2012r.

Poniższe zadania należy przygotować na zajęcia **9 stycznia 2012r.**

Znaleźć kresy funkcji f na zbiorze S, gdzie

1.
$$f : \mathbb{R}^m \to \mathbb{R}\,, \quad f(x) = x_1 \cdots x_m\,, \quad S = \{x \in \mathbb{R}^m : |x|^2 = 1\}\,.$$

2.
$$f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}\,, \quad f(x,y,z) = y + z\,, \quad S = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leqslant 1\,, x^2 + y^2 \leqslant x\}\,.$$

Wskazówka: Wykazać, że wnętrze $\operatorname{int} S$ jest niepustym zbiorem otwartym w $\mathbb{R}^3$, a brzeg $\partial S = S \setminus \operatorname{int} S$ jest rozmaitością. Szukać ekstremów lokalnych znanymi sposobami na każdym z tych zbiorów osobno.

3.
$$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}\,, \quad f(x,y) = x^2 + y^2\,, \quad S = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \tfrac{x}{3} + \tfrac{y}{5} = 1\right\}\,.$$

4.
$$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}\,, \quad f(x,y) = \tfrac{x}{7} + \tfrac{y}{5}\,, \quad S = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 = 1\right\}\,.$$

5.
$$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}\,, \quad f(x,y) = xy\,, \quad S = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x + y = 1\right\}\,.$$

6.
$$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}\,, \quad f(x,y) = x^2 + 12xy + 2y^2\,, \quad S = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 4x^2 + y^2 = 25\right\}\,.$$

7.
$$f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}\,, \quad f(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^2\,, \quad S = \left\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : \tfrac{x^2}{16} + \tfrac{y^2}{9} + \tfrac{z^2}{4} = 1\right\}\,.$$

8.
$$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}\,, \quad f(x,y) = 5x + 3y\,, \quad S = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 4\sin(x) = 3\cos(y)\right\}\,.$$

Uwaga! W niektórych zadaniach nie trzeba korzystać z twierdzenia Lagrange'a.
Uwaga! Do znajdowania kresów nie trzeba liczyć drugich pochodnych żadnych funkcji.