

Analiza matematyczna II.1, 2011/2012

Seria V: 21 listopada 2011r.

Poniższe zadania należy przygotować na zajęcia **25 listopada 2011r.** Przy sporządzaniu listy należy zaznaczyć, które zadania się zrobiło.

1. Wyznaczyć kresy funkcji

$$f(x, y) = \frac{ax + by + c}{\sqrt{1 + x^2 + y^2}},$$

gdzie $x, y \in \mathbb{R}$ oraz $a^2 + b^2 + c^2 \neq 0$.

2. Wyznaczyć kresy funkcji

$$f(x, y) = \sin(x) \sin(y) \sin(x + y),$$

gdzie $x, y \in [0, \pi]$.

3. Niech

$$f(x, y) = (x - y^2)(2x - y^2), \quad (x, y) \in \mathbb{R}^2.$$

Wykazać, że f ograniczona do dowolnej prostej przechodzącej przez punkt $(0, 0)$ ma minimum w punkcie 0 ale nie ma minimum w $(0, 0)$ jako funkcja dwóch zmiennych.

4. Dana jest funkcja $f \in C^2(\mathbb{R}^2)$. Wiadomo, że

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{f(x, y) - \exp(x - y)}{x^2 + y^2} = 2.$$

Obliczyć $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(0, 0)$.

Wskazówka: Rozwinąć $\exp(x - y)$ ze wzoru Taylora do wyrazów rzędu 2.