

Analiza matematyczna I.1, 2011/2012

Seria III: 26 października 2011r.

Termin oddania: 8 listopada 2011r.

1. Wprost z definicji granicy pokazać, że

(a) [1 pkt]

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7n + 3n\sqrt{n} + 10}{n^2 - 28} = 0,$$

(b) [1 pkt]

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{4n + \sqrt[3]{n}} - 2\sqrt{n} = 0.$$

Uwaga: Chodzi tu o dowód korzystający jedynie z definicji granicy, czyli dla danego $\varepsilon > 0$ należy wskazać konkretną (choć niekoniecznie optymalną) wartość $N > 0$ taką, że dla $n > N$ zachodzi $|a_n - g| \leq \varepsilon$.

2. [1 pkt] Zbadać zbieżność i znaleźć ewentualną granicę ciągu zdefiniowanego warunkami

$$a_1 = 2, \quad a_{n+1} = \sqrt{\frac{13}{3}a_n - 4}.$$

3. [2 pkt] Zbadać zbieżność ciągu zdefiniowanego warunkami

$$a_1 = a, \quad a_{n+1} = \frac{2a_n - 12}{3a_n - 11},$$

w zależności od parametru $a \in \mathbb{R} \setminus \left(3, \frac{11}{3}\right]$.