

Analiza matematyczna I.1, 2011/2012

Seria I: 11.10.2011r.

Termin oddania: 18 października 2011r.

1. Wyznaczyć kresy zbiorów

(a) [1 pkt]

$$A = \left\{ \frac{n-5}{m-3} : n \in \mathbb{N}, m \in \mathbb{N} \setminus \{3\} \right\} \subseteq \mathbb{R},$$

(b) [1 pkt]

$$B = \{ \min\{|t+2|, |t-3|-2\} : t \in \mathbb{Q} \} \subseteq \mathbb{R}.$$

Uwaga: Symbolem \mathbb{Q} oznaczamy zbiór liczb wymiernych.

2. Udowodnić nierówności

(a) [1 pkt]

$$\frac{1}{2} \leq \sum_{k=2^n}^{2^{n+1}-1} \frac{1}{k} \leq 1 \quad \text{dla } n \in \mathbb{N},$$

(b) [1 pkt]

$$k! \binom{n}{k} \leq \left(n + \frac{k}{2}\right)^k \quad \text{dla } n, k \in \mathbb{N},$$

(c) [1 pkt]

$$\sup(A \cup B) = \max\{\sup(A), \sup(B)\} \quad \text{dla } A, B \subseteq \mathbb{R}.$$

Wskazówki:

- kresy zbioru nie muszą należeć do tego zbioru,
- warto stosować standardowe nierówności poznane na wykładzie i ćwiczeniach.