

## Analiza matematyczna I.2, 2011/2012

Seria II: 9 marca 2012r.

Termin oddania: 20 marca 2012r.

Uwaga! Wszystkie stwierdzenia należy szczegółowo uzasadnić.

1. [2pkt] Obliczyć wymierne przybliżenie liczby  $e^3$  z dokładnością do jednej tysięcznej. Innymi słowy: znaleźć liczbę  $q \in \mathbb{Q}$  taką, że

$$|q - e^3| < \frac{1}{1000}.$$

Udowodnić, że znaleziona liczba istotnie spełnia powyższe oszacowanie.

2. [2pkt] Obliczyć granicę

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\arcsin x - \sin x)^{4/3} \ln \left( \frac{1}{\cos x} \right)}{(\exp(x - \sin x) - 1)^2}.$$

3. [2pkt] Znaleźć trzeci wielomian Maclaurina funkcji

$$f(x) = \frac{1 + x^2 + x^4}{(1 + 2x)^2(1 - 3x)^2(1 - 5x)}.$$

4. [2pkt] Wykazać, że funkcja

$$f(x) = \sqrt{1 + x^2} - \ln \left( \frac{1}{x} + \sqrt{1 + \frac{1}{x^2}} \right)$$

jest rosnąca i wklęsła na przedziale  $(0, \infty)$ .