Kolokwium z równań różniczkowych cząstkowych - 13 kwietnia 2010

1. Rozwiąż metodą całek pierwszych

$$(2xy-1)u_x + (u-2x^2)u_y = 2(x-uy)$$
$$u(t,0) = t+1$$

2. Rozwiąż metodą charakterystyk

$$x_1 u_{x_1} + 2x_2 u_{x_2} + u_{x_3} = 3u$$
$$u(x_1, x_2, 0) = g(x_1, x_2)$$

3. Określ typ równania i sprowadź do postaci kanonicznej

$$(\sin x)^2 u_{xx} - 2y(\sin x)u_{xy} + y^2 u_{yy} = 0$$

Wskazówki:

- $$\int \frac{dx}{\sin x} = \frac{1}{2} \ln \left| \operatorname{tg} \frac{x}{2} \right|$$
- Równanie postaci $\alpha(x)v_x + \beta(y)v_y = 0$ ma rozwiązanie postaci $v(x,y) = f(x) + g(y)$, gdzie $f'(x) = 1/\alpha(x)$ oraz $g'(y) = -1/\beta(y)$.

1. Rozwiąż metodą całek pierwszych

$$(2xy-1)u_x + (u-2x^2)u_y = 2(x-uy)$$
$$u(t,0) = t+1$$

2. Rozwiąż metodą charakterystyk

$$x_1 u_{x_1} + 2x_2 u_{x_2} + u_{x_3} = 3u$$
$$u(x_1, x_2, 0) = g(x_1, x_2)$$

3. Określ typ równania i sprowadź do postaci kanonicznej

$$(\sin x)^2 u_{xx} - 2y(\sin x)u_{xy} + y^2 u_{yy} = 0$$

Wskazówki:

- $$\int \frac{dx}{\sin x} = \frac{1}{2} \ln \left| \operatorname{tg} \frac{x}{2} \right|$$
- Równanie postaci $\alpha(x)v_x + \beta(y)v_y = 0$ ma rozwiązanie postaci $v(x,y) = f(x) + g(y)$, gdzie $f'(x) = 1/\alpha(x)$ oraz $g'(y) = -1/\beta(y)$.