

## Analiza matematyczna I.2, 2010/2011, grupa nr 5

### Seria VI: 04.04.2011r.

Zbadać zbieżność punktową i jednostajną na zbiorze  $A$  szeregów funkcyjnych

1.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(nx)}{1 + (x - n)^2} \quad A = \mathbb{R},$$

2.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x}{n} \exp(-(nx - 1)^2) \quad A = \mathbb{R},$$

3.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(n\pi + x)}{\sqrt{n}} \exp(-(nx + 1)^2) \quad A = \mathbb{R},$$

4.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{nx}{n^2 + x^2} \ln(1 + n^{-2}) \quad A = \mathbb{R},$$

5.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{nx}{1 + n^2 x^2} \sin(xn^{-1}) \quad A = [-10^{10}, 10^{10}].$$

*Wskazówki:*

- $|\sin(x)| \leq |x|$  dla  $x \in \mathbb{R}$  ale najlepiej działa dla  $x \in [-1, 1]$ ,
- $|\sin(x)| \leq 1$  dla  $x \in \mathbb{R}$ ,
- ciąg liczbowy  $\sin(n)$  nie ma granicy przy  $n \rightarrow \infty$ .