

Seria I: 21.02.2011r.

1. Obliczyć pochodną funkcji

$$f(x) = \ln \left(\operatorname{arctg} \left(\frac{\exp(2x+3)}{\arcsin(5x)} \right) \right).$$

2. Wyznaczyć równanie stycznej do wykresu funkcji

$$f(x) = \frac{3^x \cos(x) + \arcsin(x)}{1 + x^2 + x^4 + x^8}$$

w punkcie $(0, f(0))$.

3. Wyznaczyć przedziały monotoniczności i ekstrema lokalne funkcji

$$f(x) = \sqrt[6]{(x-10)^2(x+3)^7}.$$

Naszkieować wykres.

4. Wyznaczyć przedziały monotoniczności i ekstrema lokalne funkcji

$$f(x) = \frac{\exp(x)}{x+7}.$$

Naszkieować wykres.

5. Funkcja $f : \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}$ jest różniczkowalna na $(0, \infty)$. Wiadomo, że $\lim_{x \rightarrow \infty} f'(x) = g \in \mathbb{R}$. Udowodnić, że wówczas

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x(f(2x) - f(x))}{x^2 + 7} = g.$$