

**Seria VII: 10.XII.2010r.**

1. Korzystając tylko z definicji funkcji sin i cos oraz z własności funkcji exp wyprowadzić wzór

$$\cos u + \cos w = 2 \cos \frac{u+w}{2} \cos \frac{u-w}{2}.$$

2. Zbadać zbieżność szeregu

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left( \cos \frac{1}{n} - \cos \frac{1}{\sqrt{n}} \right).$$

3. Zbadać zbieżność szeregu

$$\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^{\lfloor \sqrt{n} \rfloor} (\sin \sqrt{n^3 + 1} - \sin \sqrt{n^3 - 1}).$$

4. Zbadać zbieżność szeregu

$$\sum_{n=512}^{\infty} (-1)^{\lfloor \ln n \rfloor} \frac{\ln \left( \frac{n^2 + 2n + 5}{n^2 + n + 1} \right)}{(\ln n)^2}.$$

---

**Wskazówki, które mogą się przydać, choć nie muszą**

- $\ln(1+x) \leq x$  dla  $x > -1$ ,
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ ,
- szereg bezwzględnie zbieżny jest zbieżny.

*Uwaga!* Przy stosowaniu jakichkolwiek kryteriów zbieżności szeregów koniecznie trzeba sprawdzić czy spełnione są założenia.