**Seria IV: 29.X.2010r.**

1. Niech $a_n$ będzie ciągiem zbieżnym do granicy właściwej $g \in \mathbb{R}$. Udowodnić, że wówczas $\lim_{n\to\infty}(a_{n+1} - a_n) = 0$.
   *Uwaga:* Nie wolno korzystać z warunku Cauchy'ego.

2. Obliczyć granicę
$$\lim_{n\to\infty} \left( \frac{n^2 + 5n + 7}{n^2 + 3n + 19} \right)^{n+3} .$$

3. Zbadać zbieżność ciągu
$$a_n = (1 + \tfrac{1}{4})(1 + \tfrac{1}{9}) \cdots (1 + \tfrac{1}{n^2}) .$$
   *Wskazówka 1:* $\ln(1 + x) \leqslant x$ dla każdego $x > -1$.
   *Wskazówka 2:* $\frac{1}{k^2} \leqslant \frac{1}{(k-1)k} = \frac{1}{k-1} - \frac{1}{k}$.

4. Rozstrzygnąć, która liczba jest większa:
$$A = \ln 5 \log_5 \left( \exp \left( 4^{\exp(\log_5 \sqrt{125}/\log_5 e)(\exp(\ln \sqrt{7}))^2} \right) \right) \quad \text{czy}$$
$$B = \exp \left( \frac{\log_4 2}{\log_3(\exp(1))} \log_3 4 + \frac{\exp(0) \log_4 64}{(\log_4 3)(\log_3 e)} \right) .$$