Seria II: 15.X.2010r.

1. Niech $c > 2$ i niech ciąg c_n będzie zdefiniowany następująco

$$a_1 = c^2\,,$$
$$a_{n+1} = (a_n - c)^2\,.$$

   Wykazać, że ten ciąg jest ściśle rosnący.

2. Niech a_n będzie zdefioniowany następująco

$$a_1 = \sqrt{k}\,,$$
$$a_{n+1} = \sqrt{ka_n}\,.$$

   Zbadać zbieżność tego ciągu i policzyć granicę $\lim_{n\to\infty} a_n$.

3. Wprost z definicji granicy pokazać, że

$$\lim_{n\to\infty} \frac{2n^3 + \sin n}{3n^2 + n} = \frac{2}{3}\,.$$

4. Wprost z definicji granicy pokazać, że

$$\lim_{n\to\infty} (\sqrt{n^3 + 2n^2 + 7n - 8} - n) = \infty\,.$$

5. Ciąg a_n spełnia

$$a_1 > 0\,,$$
$$a_{n+1} = 6\frac{1 + a_n}{7 + a_n}\,.$$

   Policzyć granicę $\lim_{n\to\infty} a_n$ w zależności od parametru a_1.