

Matematyczne inspiracje w szaradziarstwie

Renata Jurasińska

Konferencja SEM

„Gdzie jest matematyka?”

Soczewka, 26–28 listopada 2010

Co to jest
matematyka
rekreacyjna?

„...Nie można oczywiście całej matematyki sprowadzać do zagadek, ale stanowią one bardzo ważną jej część. Wielu ludzi swoją przygodę z matematyką rozpoczęło właśnie od zadań tego typu...”

Zdzisław Pogoda, fragment recenzji książki
„Ostatnie rozrywki” Martina Gardnera

„...Sudoku, tetris [...] należą do tak zwanej matematyki rekreacyjnej, dziedziny pozwalającej w dość przyjemny sposób zajmować się nią i bawić, bez przykrego wrażenia, że gdzieś nam umyka jakaś ważna definicja...”

Magdalena Galiczek, fragment recenzji książki „Łamigłówki. Podróże w krainę matematyki rekreacyjnej” Marka Penszko

„...Łamigłówki są tak samo pożyteczne dla umysłu, jak trening fizyczny dla mięśni...”

Kilka definicji
i trochę historii...

KRYPTARYTM (*gr. kryptós = ukryty; arithmos = liczba*) zadanie szaradziarskie w postaci działania arytmetycznego, w którym cyfry zastąpiono literami. Zadaniem rozwiązującego jest odtworzenia owego działania. Takim samym literom powinny odpowiadać takie same cyfry, a różnym literom – różne cyfry. Żadna z liczb wielocyfrowych nie może zaczynać się zerem. Po zastąpieniu liter cyframi powinno otrzymać się poprawne działanie. Zadanie musi mieć dokładnie jedno rozwiązanie. Rolę liter mogą spełniać również inne symbole: figury szachowe, symbole kolorów kartianych itp.

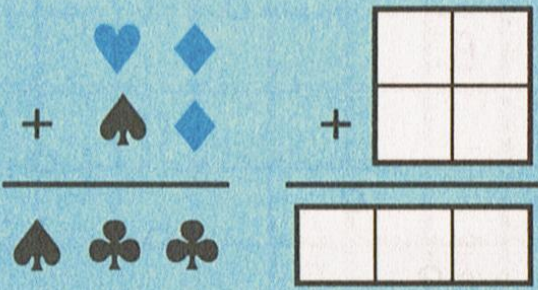
Przykłady.

$$\begin{array}{r}
 \text{SEE} \\
 \times \text{SO} \\
 \hline
 \text{EMOO} \\
 + \text{MESS} \\
 \hline
 \text{MIMEO}
 \end{array}$$

<http://cryptarithms.awardspace.us/index.html>

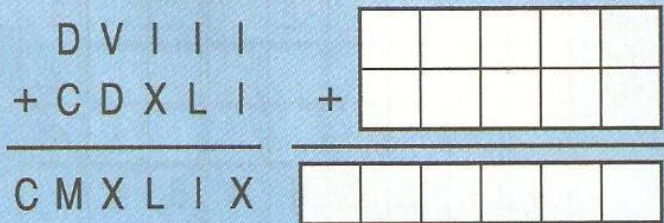
191 KRYPTARYTM

Symbole należy zastąpić cyframi tak, aby otrzymane liczby utworzyły poprawne dodawanie. Takim samym symbolom odpowiadają takie same cyfry, a różnym symbolom – różne cyfry.



„Rozrywka. Nie Tylko Sudoku” 5/2010
Autor: Andrzej Bartz

KRYPTARYTM 181



Litery należy zastąpić cyframi tak, aby otrzymane liczby utworzyły poprawne dodawanie. Takim samym literom odpowiadają takie same cyfry, a różnym literom – różne cyfry.

„Rozrywka. Nie Tylko Sudoku”
11/2010. Autor: Andrzej Bartz

Łamigłówki podobne do kryptarytmów znane były już w starożytnych Chinach (jako „arytmetyka liter” lub „arytmetyka słów”) i średniowiecznych Indiach (zadania polegające na odtwarzaniu działań, w których wszystkie cyfry lub większość z nich zastąpiono gwiazdkami lub iksami).

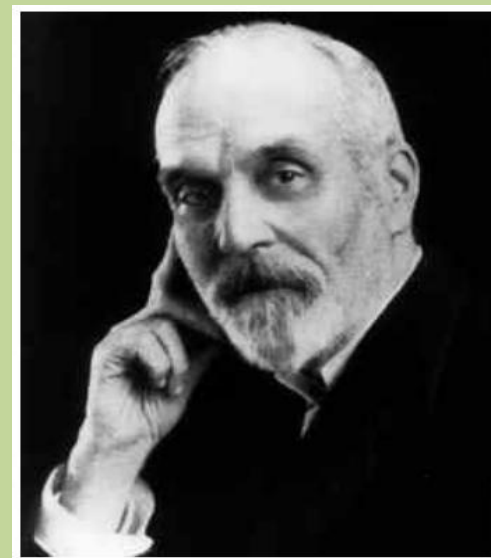
W czasach nowożytnych pierwsze kryptarytmy zamieścił w 1924 roku w *Strand Magazine* (miesięcznik beletrystyczny, który ukazywał się w Wielkiej Brytanii w latach 1890-1950).

W *Strand Magazine* publikowali swe powieści i opowiadania m.in. Arthur Conan Doyle, Agatha Christie, Graham Greene, Rudyard Kipling, Georges Simenon, Lewis Carroll, Edgar Wallace)



HENRY ERNEST DUDENEY.

Określił je mianem „arytmetyki werbalnej” (słownej) („**verbal arithmetic**”)



Dudeney i jego amerykański kolega po fachu **SAM LOYD** korespondowali przez pewien czas i wymieniali zadania, lecz Dudeney urwał wymianę listów i oskarżył Loyda o drukowanie zadań Dudeneya pod własnym nazwiskiem. Niektórzy (przede wszystkim „za oceanem”) wciąż jednak przypisują Loydowi „pierwszeństwo”. W roku 1931 w wydawanym w Belgii francuskojęzycznym miesięczniku *Sphinx* (poświęconym w całości matematyce rekreacyjnej) **MAURICE VATRIQUANT** wprowadził po raz pierwszy termin „**crypt-arithmetic**”

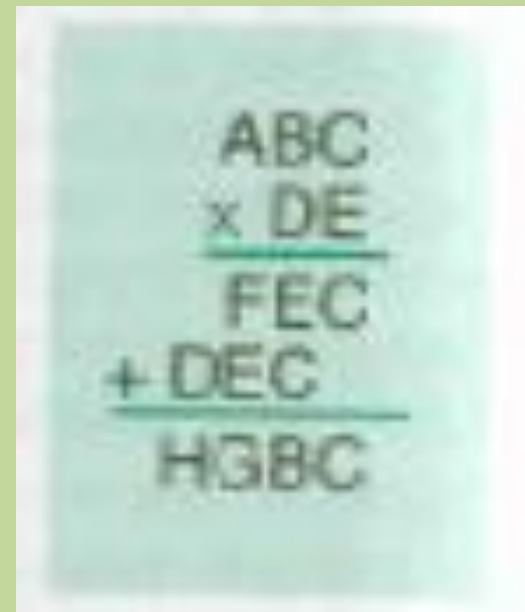


(stąd nazwy „**kryptarytm**” i „**kryptarytmetyka**”)

Opublikował wtedy niepozornie wyglądające zadanie poprzedzając je opisem:

„Kryptografowie, szyfrując teksty, zastępują litery cyframi. My postąpiliśmy na odwrót: cyfry w działaniu zastąpiliśmy literami, a zadaniem czytelników jest rozszyfrować działanie, tzn. ustalić, jakie cyfry ukrywają się pod poszczególnymi literami”

Rozwiązanie: **A=1, B=2, C=5, D=3, E=7, F=8, G=6, H=4**. Mamy więc: **125 × 37 = 4625**.



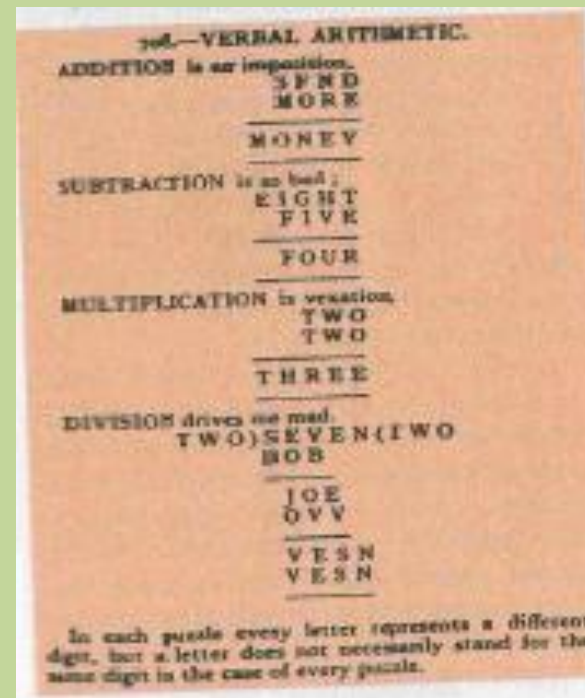
ALFAMETYK – kryptarytm, w którym cyfry zaszyfrowane są literami tworzącymi wyrazy powiązane znaczeniowo bądź też słowa składające się w sensowne frazy lub zdania.

Termin ten („**alphametic**”) wprowadził w 1955 roku w kanadyjskim czasopiśmie *Globe And Mail* J.A.H. HUNTER.

Za najstarszy alfametyk uznawany jest
(najpopularniejszy i najczęściej cytowany kryptarytm
na świecie)

$$\begin{array}{r} \text{S E N D} \\ + \text{M O R E} \\ \hline \text{M O N E Y} \end{array}$$

(ang. „przyślij więcej pieniędzy”)



autorstwa H.E.Dudeney’a, który ukazał się w dziale
łamigłówkowym brytyjskiego miesięcznika *Strand*
Magazine w roku 1924.

Jeśli wszystkie słowa w alfametyku są liczebnikami lub jego litery w inny sposób przedstawiają liczby (np. w zapisie rzymskim) oraz treść alfametyku jest "sensowna" (prawdziwa), to określa się go jako

PODWÓJNIE PRAWDZIWY

(ang. „*doubly true*”).

Przykład .

Podwójnie prawdziwy alfametyk autorstwa

ANDRZEJA BARTZA

(Journal of Recreational Mathematics, 2005-2006)

$$\begin{aligned} &(\text{FOUR})^3 + (\text{FOUR})^3 = \\ &(\text{FIVE})^3 + (\text{ONE})^3 + (\text{ONE})^3 + (\text{ONE})^3 \end{aligned}$$

$$(\text{ang. } 4^3 + 4^3 = 5^3 + 1^3 + 1^3 + 1^3)$$

Rozwiązanie: **FOUR = 1380, FIVE = 1725, ONE = 345.**

2716. Big Wheels by Frank J. Mrazik, Montreal, QuebecSolve this *carefully* in base 16:

AUSTIN + MARTIN + AUSTIN + MINI + BEETLE + BUGATTI +
 CADILLAC + CAMARO + DODGE + DART + DUESENBERG +
 HONDA + ACCORD + LAMBORGHINI + LINCOLN + CONTINENTAL +
 MERCEDES + MODEL + T + MONTE + CARLO + MUSTANG +
 OLDSMOBILE + CUTLASS + SAAB + SEDAN + STRETCH +
 LIMOUSINE + SUBARU = AUTOMOBILES.

Solutions to 33(4) Alphametics**2657. Look It Up** by Charles Porter, Freeport, Texas

Solve the alphabetic:

$$\text{TEA} + \text{BREW} + \text{TWO} = \text{EIGHT}.$$

Solution: 912 + 8714 + 943 = 10569, with 2 and 3 interchangeable.**2658. Little Women** by Bernard J. Portz, Wauwatosa, Wisconsin

Solve the alphabetic:

$$\text{AGNES} + \text{ADELE} + \text{ALICE} + \text{AVIS} = \text{LADIES},$$

where LADIES is maximal.

Solution: 97650 + 91525 + 92345 + 9830 = 291350, with 6 and 8 interchangeable.**2659. One Voice** by Hunter H. Faires, El Paso, Texas

Solve the alphabetic:

$$\text{ELSA} + \text{SANG} + \text{AN} + \text{ARIA} + \text{IN} = \text{OSLO},$$

where OSLO is minimal.

Solution: 3012 + 1295 + 29 + 2682 + 89 = 7107.**2660. Our Hero** by Alf D. Seider, Bayside, New York

Solve the alphabetic:

$$(24) \times (\text{JACK}) = \text{BAUER},$$

where BAUER is maximal and 2 and 4 are reusable.

Solution: $24 \times 3621 = 86904$.**2661. Digimetic** by Tom Marlow, Essex, United Kingdom

Solve the digimetic

$$3094 \times 7 = 21658.$$

Solution: $5817 \times 6 = 34902$.**2662. Roman Triangle** by Andrzej Bartz, Erlangen, Germany

Solve the alphabetic:

$$\text{CXLVIII} + \text{XLVIII} + \text{CDVII} + \text{XCVI} + \text{CCV} + \text{XL} + \text{D} = \text{MCDXLIV}.$$

Solution: 1563000 + 563000 + 14300 + 5130 + 113 + 56 + 4 = 2145603.**2663. English Cubes** by Andrzej Bartz, Erlangen, Germany

Solve the alphabetic:

$$(\text{FOUR})^3 + (\text{FOUR})^3 = (\text{FIVE})^3 + (\text{ONE})^3 + (\text{ONE})^3 + (\text{ONE})^3.$$

Solution: FOUR = 1380, FIVE = 1725, ONE = 345.**2664. Trigster** by Brian Barwell, Middlesex, United Kingdom

Solve the alphabetic:

$$(\text{I N N})^2 = (\text{N E W})^2 + (\text{W I N})^2 + (\text{N E W})(\text{W I N}).$$

Solution: INN = 511, NEW = 104, WIN = 451.**2665. Arithmetically Accurate-English** by J. Take, Kanagawa, Japan

Solve the alphabetic:

$$67363 \times (\text{TWENTYNINE}) + 114992 \times (\text{FIFTYNINE}) +$$

$$2646 \times (\text{NINETYNINE}) = \text{NINEMILLIONNINE}$$

Solution: $67363(4683403538) + 114992(252403538) + 2646(3538403538) = 35387511593538$.**2666. Arithmetically Accurate-Latin** by Giulio Cesare, Rome, Italy

$$6(\text{DUO}) + 4(\text{OCTO}) + \text{DECIM} + 2(\text{UNDECIM}) +$$

$$2(\text{DUODECIM}) + \text{DUCENTI} = \text{TRECENTI}.$$

Solution: $6(198) + 4(8768) + 12724 + 2(9312754) + 2(19812754) + 1972365 = 60272365$.

Jeśli alfametyk jest podwójnie prawdziwy, występują w nim wszystkie cyfry oraz ma jedno rozwiązanie, to nazywa się go

IDEALNYM PODWÓJNIE PRAWDZIWYM

(ang. „*ideal doubly true*”).

Przykład .

Idealny podwójnie prawdziwy alfametyk autorstwa

ALANA WAYNE

(*The American Mathematical Monthly*, 1947)

$$\text{FORTY} + \text{TEN} + \text{TEN} = \text{SIXTY}$$

(ang. $40 + 10 + 10 = 60$)

Rozwiązanie: $29786 + 650 + 650 = 31486$.

Czasem podawane są dodatkowe warunki, ułatwiające rozwiązanie (lub gwarantujące jego jedyność).

Przykład.

Liczby w dodawaniu zastąpiono słowami. Takim samym literom odpowiadają jednakowe cyfry, a różnym literom różne cyfry. Pod literami na niebieskim tle ukrywają się cyfry **nieparzyste**.

Wiedza i życie, sierpień 2000
Marek Penszko, *Puzeland*,

$$\begin{array}{r} \text{C Z A S} \\ \text{N I E} \\ \text{L A T A} \\ \text{W C A L E} \\ \text{A L E} \\ + \text{L E C I} \\ \hline \text{S T A L E} \end{array}$$

Rozwiązanie: **9067+213+4686+59643+643+4391=78643.**

Przykład.

Iloczyn liczby trzycyfrowej i liczby dwucyfrowej ma postać

The diagram illustrates the distributive property of multiplication over addition using the letter 'P'.

It shows two separate multiplication problems being added together:

- Problem 1: $3 \times 2 = 6$ (represented as three 'P's multiplied by two 'P's, resulting in six 'P's).
- Problem 2: $1 \times 4 = 4$ (represented as one 'P' multiplied by four 'P's, resulting in four 'P's).

The results of these two problems are then added together: $6 + 4 = 10$ (represented as six 'P's plus four 'P's, resulting in ten 'P's).

The final result is shown as $4 \times 2 = 8$ (represented as four 'P's multiplied by two 'P's, resulting in eight 'P's).

The diagram demonstrates that the distributive property holds: $(3 + 1) \times 2 = 3 \times 2 + 1 \times 2$.

Liczba „p” może oznaczać dowolną liczbę **pierwszą**, niekoniecznie taką samą. Podać wyjściowe liczby.

*XXII Międzynarodowe
Mistrzostwa w Grach
Matematycznych
i Logicznych*

VI Mistrzostwa Polski w GMiL
Finał krajowy – II dzień,
18 maja 2008

Rozwiązanie: $775 \times 33 = 25575$.

Przykład.

Kryptarytm z warunkiem dodatkowym: brak cyfr 3, 4 i 5.

$$\begin{array}{r} \\ \\ \\ \\ \\ + \\ \hline \\ \end{array}$$

Rewia Rozrywki 5/1994

Autor: G. Kowalewski

Rozwiązanie: $7 + 1890 + 986 + 7 = 2890$.

Przykład.

Kryptarytm z maksymą i warunkiem dodatkowym:
dwucyfrowe liczby DZ, RZ, DŻ są liczbami pierwszymi

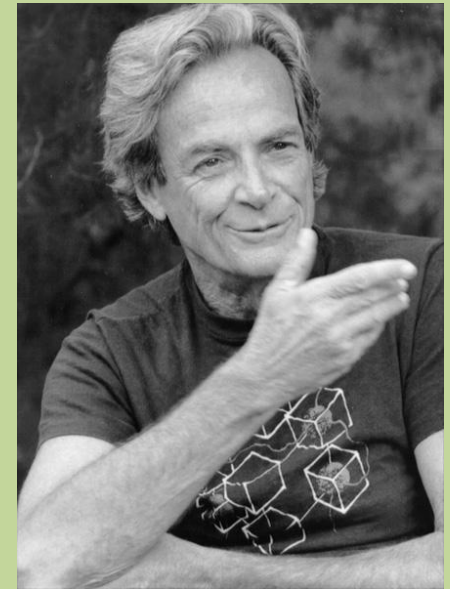
$$\text{DZIEL} : \text{I} = \text{RZĄDŻ}$$

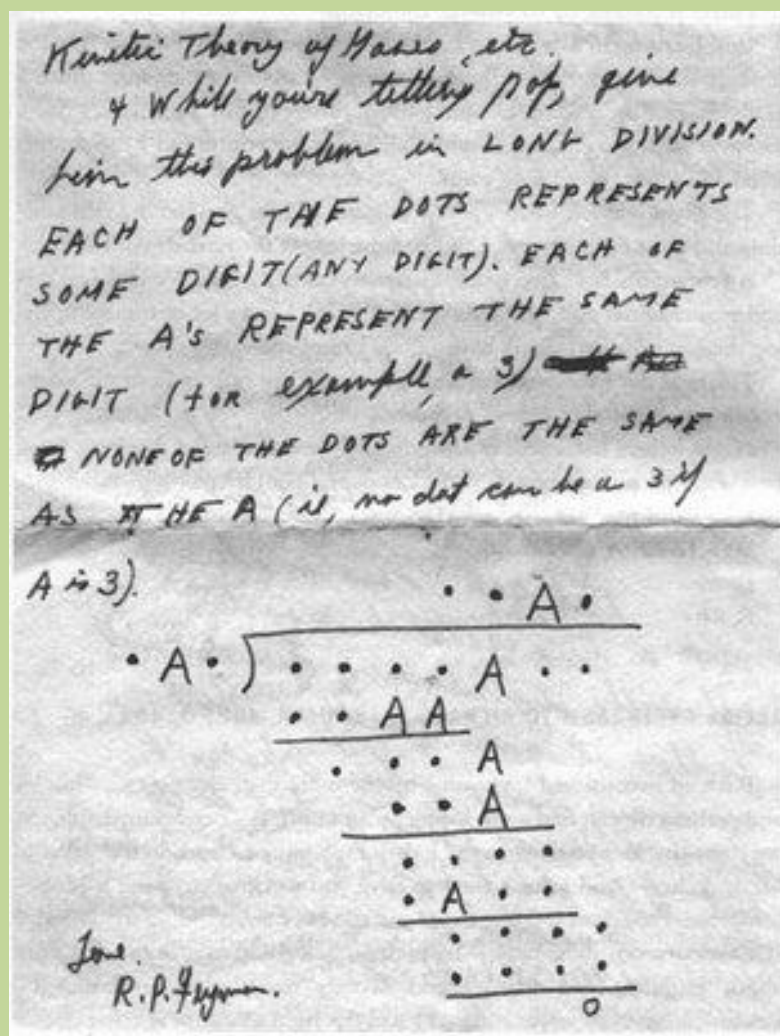
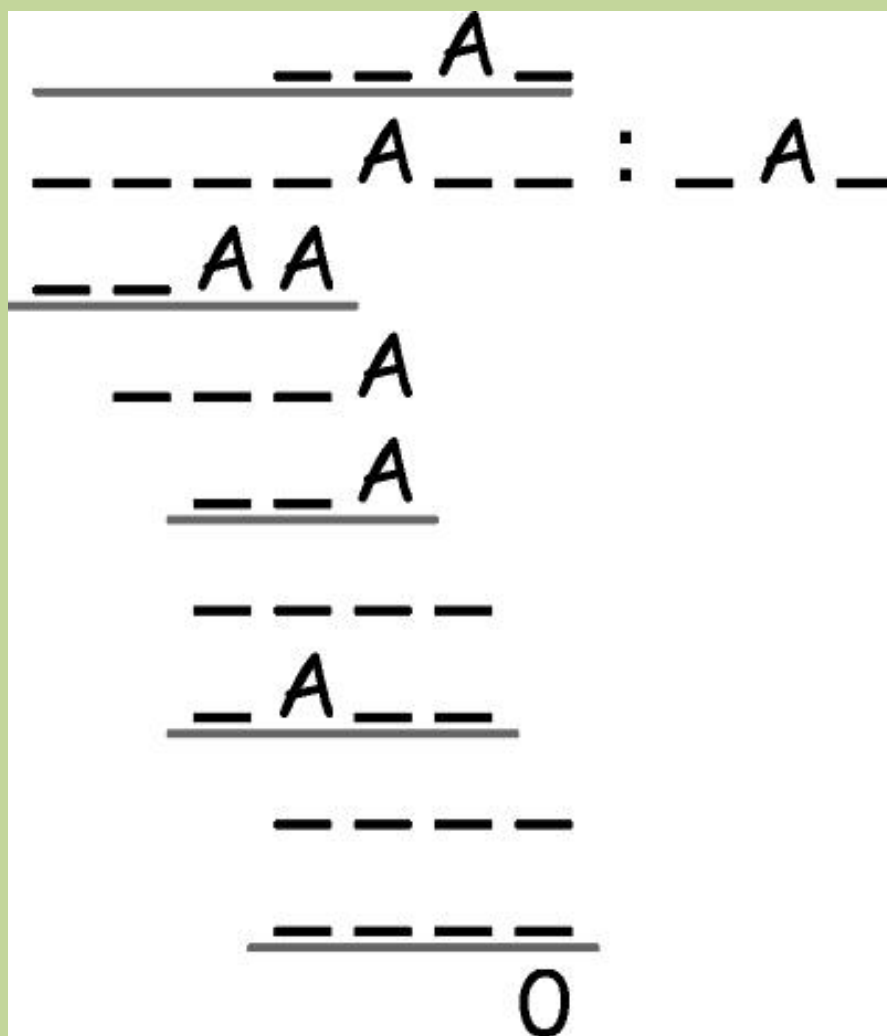
Rewia Rozrywki 5/1994, Autor: Marek Penszko

Rozwiązanie: **39270 : 2 = 19635.**

Kryptarytm Feynmana

Richard Phillips Feynman, wybitny fizyk, noblista, jak większość umysłów ścisłych miał smykałkę do łamigłówek. Wzmianki na ten temat pojawiają się zwłaszcza w listach z czasów studenckich. W jednym z nich, z listopada 1939 roku, adresowanym do matki, syn zamieścił łamigłówkę przeznaczoną dla ojca. Był to kryptarytm, przykład wówczas bardzo trudny i pracochłonny (nie było kalkulatorów), a i dziś mogący sprawić sporo kłopotu. Oto jego polski zapis oraz oryginalny, amerykański na fotokopii listu.





Łatwo się domyślić, o co chodzi. Większość cyfr w zapisie dzielenia zastąpiono kreseczkami, a pozostałe literami A.

Wszystkie litery skrywają taką samą cyfrę, która nigdzie nie jest zastąpiona kreską.

Feynman przyczynił się do rozpowszechnienia tej łamigłówki, ale nie jest ona jego dziełem.

Została opublikowana w 1936 roku na łamach *American Mathematical Monthly*.

DIGIMETYK (ang. „**digimetic**”)– to odmiana kryptarytmu, mająca postać poprawnego działania. Każdą z występujących w nim cyfr należy zastąpić inną (różną od niej) cyfrą. Różnym cyfrom powinny odpowiadać różne cyfry, a takim samym cyfrom – takie same. Ten typ zadania jest drukowany (choć niezbyt często) w USA i w Kanadzie.

Przykłady.

Digimetyki autorstwa TOMA MARLOW

(*Journal of Recreational Mathematics*, 2004-2005
i 2005-2006)

$$297 \times 18 = 5346$$

Rozwiązanie: $186 \times 39 = 7254$.

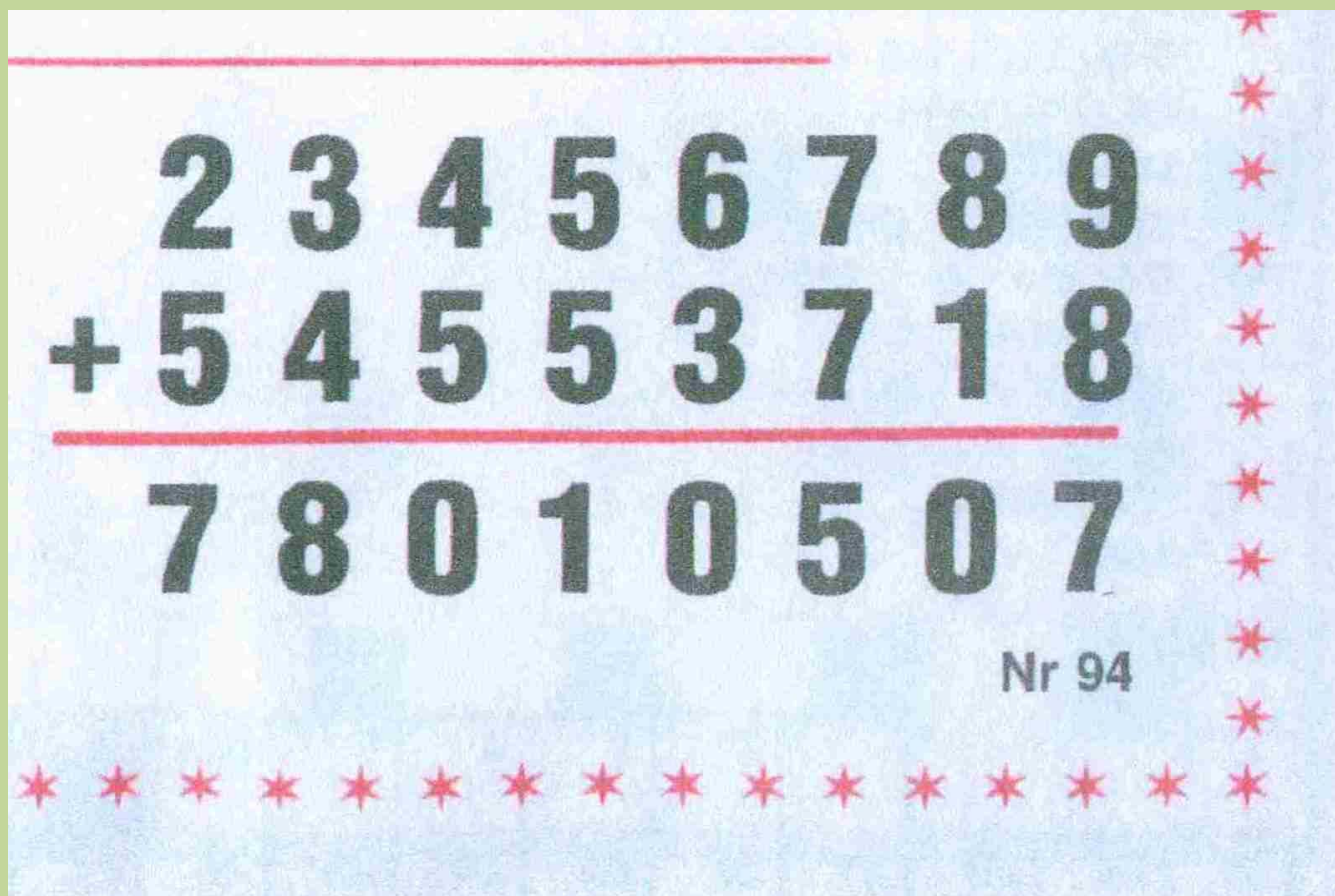
$$3094 \times 7 = 21658$$

Rozwiązanie: $5817 \times 6 = 34902$.

Przykład .

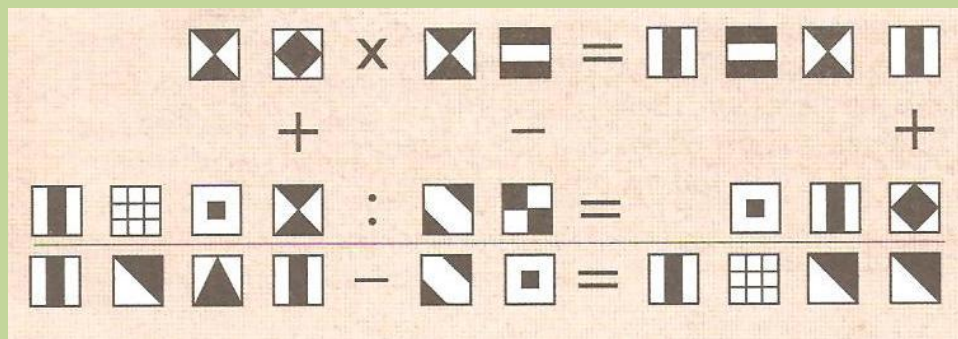
Digimetyk autorstwa ANDRZEJA BARTZA

(*Rewia Rozrywki*, 10/2007)



ALGEBRAF (od *algebra*, arab. *al-džabr* – połączenie i gr. *graphein* – pisać)
zadanie matematyczno-logiczne, w którym cyfry zastąpiono literami (rysunkami) połączonymi w poziomie i w pionie znakami dodawania, odejmowania, mnożenia i dzielenia. Rozwiązanie polega na odgadnięciu zaszyfrowanych cyfr (i często dodatkowego hasła) tak, by sprawdziły się wszystkie układy działań arytmetycznych. Łamigłówka znana już w okresie międzywojennym, w Polsce popularna od pierwszych lat po II wojnie światowej.

Przykłady.



Magazyn Miłośników Matematyki,
styczeń 2003

Rozwiązanie: działania w rzędach, od góry:

$89 \times 83 = 7387$, $7518 : 42 = 179$,

$7607 - 41 = 7566$.

$$\begin{array}{rcccl}
 ABCD & : & ED & = & CF \\
 - & & + & & + \\
 EAF & + & GAF & = & DEH \\
 = & & = & & = \\
 ACEH & - & GGC & = & DBD
 \end{array}$$

Wiedza i życie, listopad 1997
Marek Penszko, *Puzeland*,

Rozwiązanie: działania w rzędach, od góry:

$1748:38=46$, $316+516=832$,

$1432-554=878$.

ARYTMETYKA SZKIELETOWA (ang. „**skeleton arithmetic**”)- dział matematyki rekreacyjnej, obejmujący zadania, które polegają na odtwarzaniu pełnego zapisu działania arytmetycznego na podstawie jego “szczątków”. Nazwa kojarzy się ze stosowaną m. in. w archeologii i kryminalistyce rekonstrukcją antropologiczną wyglądu twarzy na podstawie zachowanej czaszki.

W działaniu arytmetycznym, którym zwykle jest mnożenie lub dzielenie, szkielet tworzą miejsca po cyfrach (i na cyfry), czyli puste kratki.

Nazwy takich łamigłówek bywają różne. W języku angielskim obok szkieletowego mnożenia lub dzielenia zadania często występują jako kryptarytm (np. w artykułach Martina Gardnera).

W Polsce i w wielu innych krajach zaliczane bywają do tzw. rebusów matematycznych lub liczbowych. Przed laty często gościły na łamach czasopism szaradziarskich jako „**zamazane**” lub „**zaplamione działania**”.

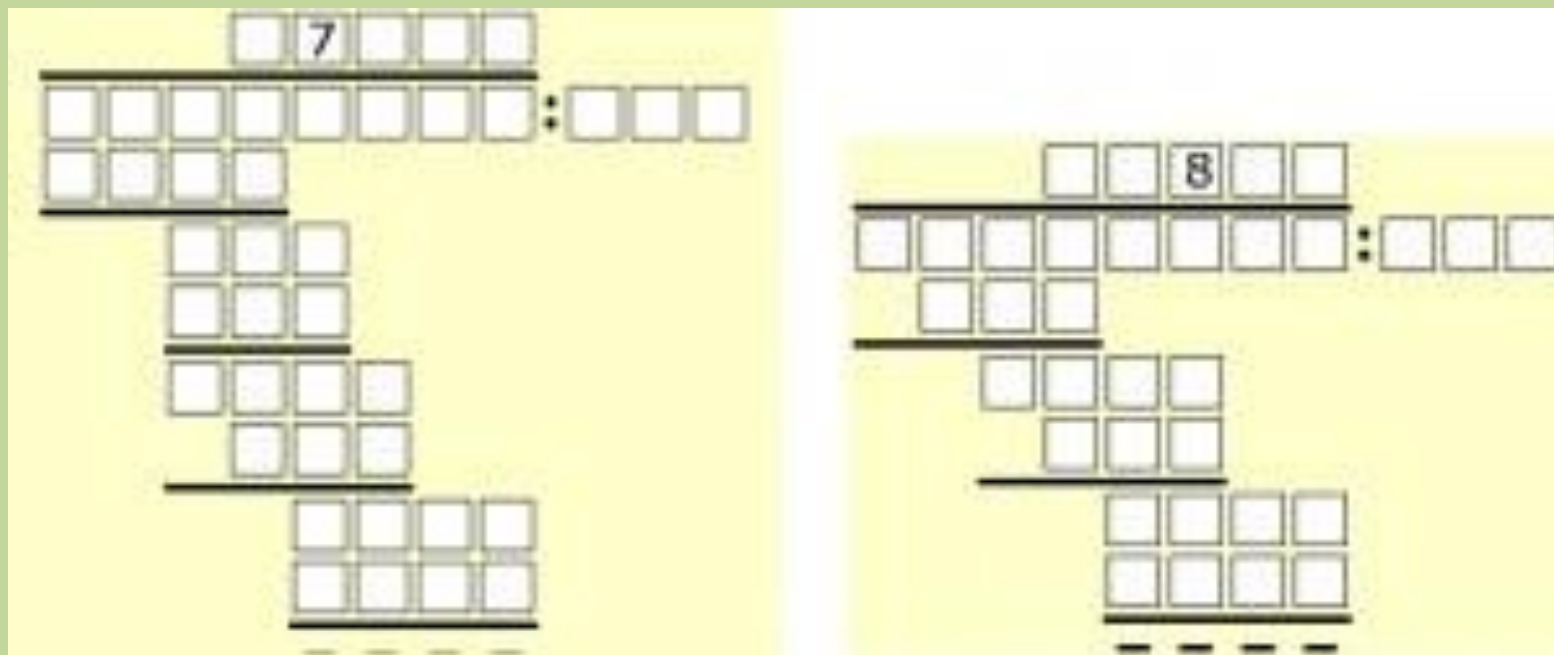
Pod nazwą, której geneza jest podobna - „**molowe rachunki**” - znane są w Chinach i Japonii, gdzie były popularne już w XVIII wieku. Nietrudno zgadnąć, skąd określenie *molowe*: działanie zapisano na papierze, a papier powygryzały mole.

Do rozrywkowej rekonstrukcji najlepiej nadają się dwa rodzaje działań - **dzielenie** i **mnożenie**, głównie ze względu na iloczyny cząstkowe. Zapis można wówczas rozgryzać, czyli ujawniać cyfra po cyfrze, na różne sposoby, wykazując się logicznym myśleniem, sprytem i spostrzegawczością, wykorzystując przede wszystkim tabliczkę mnożenia!

Dwa zadania (z dzieleniem) należące do arytmetyki szkieletowej uchodzą za klasyczne i wzorcowe. Przede wszystkim ze względu na minimalną liczbę ujawnionych cyfr, czyli jedną oraz oczywiście jedno rozwiązanie.

Pierwsze to ***samotna siódemka*** opublikowana w roku 1922 na łamach *Strand Magazine*.

Drugie - ***samotna ósemka*** z *American Mathematical Monthly* z roku 1954.



Rozwiązania: **12128316 : 124 = 97809,**

10020316 : 124 = 80809,

Przykłady.

198

**SIEDEM
SIÓDEMEK**

Należy odtworzyć mnożenie, w którym ujawniono wszystkie siódemki.

×		7	

		7	
	7	7	7
7			7

--	--	--	--

„Rozrywka. Nie Tylko Sudoku” 10/2009
Autor: Józef Archacki

179

PODZIEL i DODAJ

W kratki należy wpisać
brakujące cyfry od 0 do 9
tak, aby otrzymane licz-
by utworzyły poprawne
działania.

:		5
+		

„Rozrywka. Nie Tylko Sudoku” 4/2009
Autor: Sławomir Koszelew

Przykłady.

$$\begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \end{array} = 7$$

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline \square & \square & \square \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \end{array}$$

Rozwiązanie: $95/247 + 86/13 = 7$.

$$\begin{array}{r} \square \square \\ \times \square \square \\ \hline \square \square \square \\ \square \square \square \\ \hline \square \square \square \square \end{array}$$

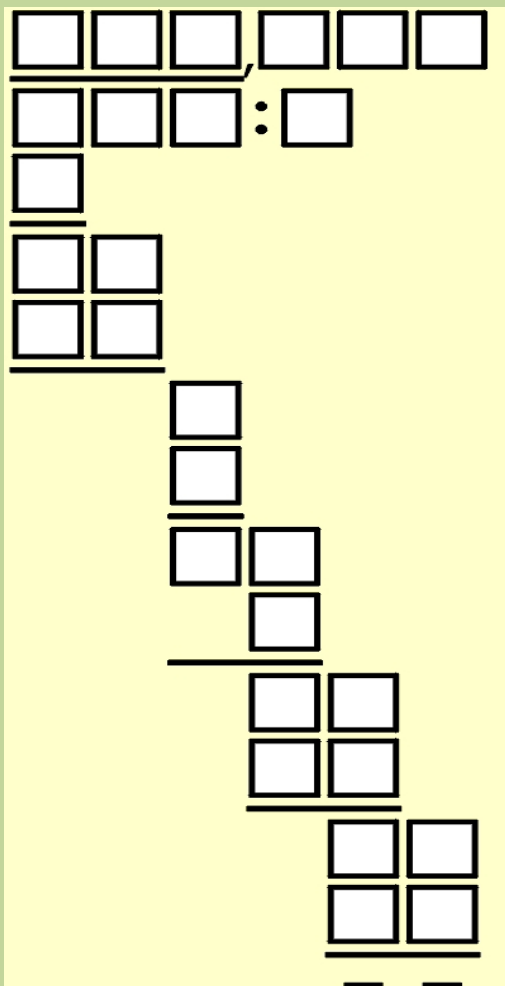
Dodatkowa informacja - wszystkie cyfry są nieparzyste, oprócz jednej - w niebieskiej kratce.

Polityka, Łamiblog, Blog Marka Penszko, styczeń 2010

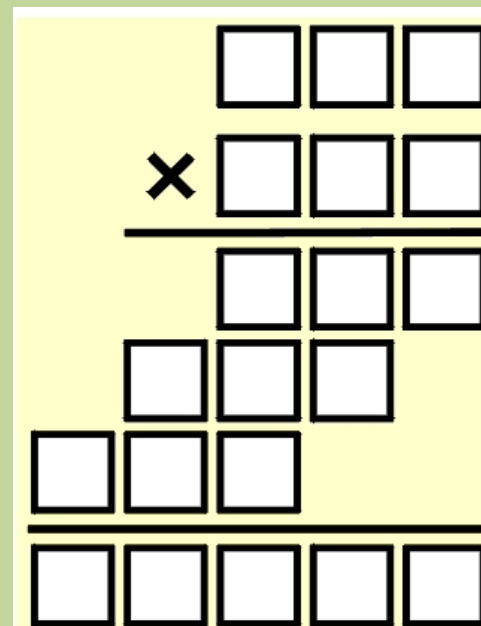
<http://penszko.blog.polityka.pl>

Rozwiązanie: $15 \times 93 = 45 + 135 = 1395$.

Przykłady. Działania „szkieletowe” bez ujawnionych cyfr



Rozwiązanie: $969 : 8 = 121,125$.



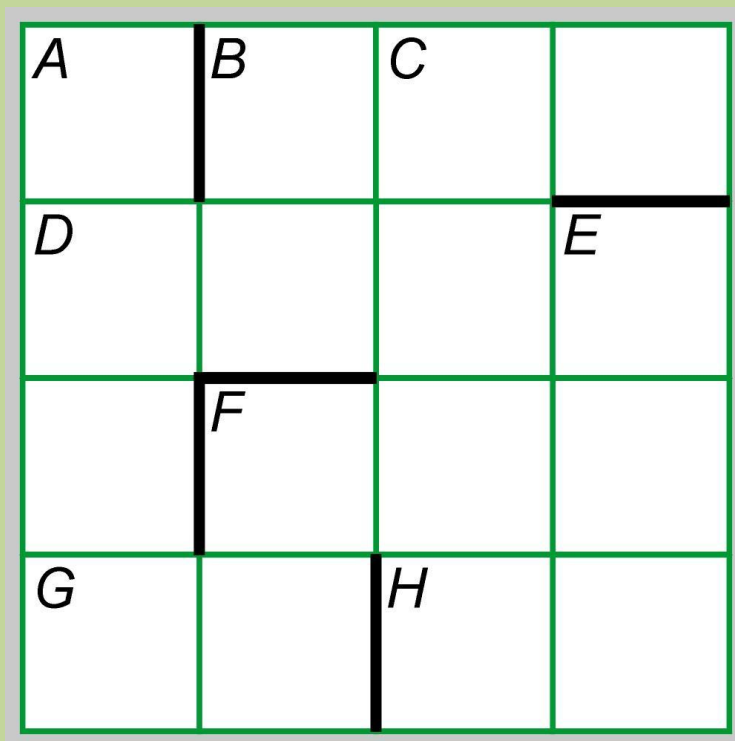
Dodatkowa informacja: w zapisie działania występują wszystkie cyfry - każda **dwukrotnie**. Autorem zadania jest holenderski matematyk **Frederik Schuh**.

Rozwiązanie: $179 \times 224 = 40096$.

Krzyżówki liczbowe – to krzyżówki różniące się od „tradycyjnych” przede wszystkim tym, że diagramy wypełniamy nie literami, lecz cyframi.

Zamiast „zwykłych” objaśnień wyrazów – podawane są pewne informacje o odgadywanych liczbach (np. ich własności lub też informacje o ich sumach w wierszach, kolumnach itp.)

Przykłady.



Poziomo:

- B) sześćian
- D) wielokrotność jedenastu
- F) kwadrat liczby pierwszej
- G) liczba nieparzysta
- H) suma pięciu kolejnych liczb całkowitych.

Pionowo:

- A) każda następna cyfra jest o jeden mniejsza od poprzedniej
- B) potęga
- C) każda następna cyfra jest o jeden większa od poprzedniej
- E) iloczyn trzech kolejnych liczb całkowitych
- F) kwadrat.

Polityka, Łamiblog, Blog Marka Penszko,
 lipiec 2009
<http://penszko.blog.polityka.pl>

185 KRZY- ŻÓWKA

Poziomo:

- 1) liczba składająca się z czterech kolejnych cyfr w porządku malejącym.
- 4) kwadrat kwadratu liczby.
- 5) kwadrat liczby.
- 6) liczba składająca się z czterech kolejnych cyfr w porządku rosnącym.
- 8) iloczyn trzech kolejnych liczb naturalnych.

1	2		3
4		5	
6			7
	8		

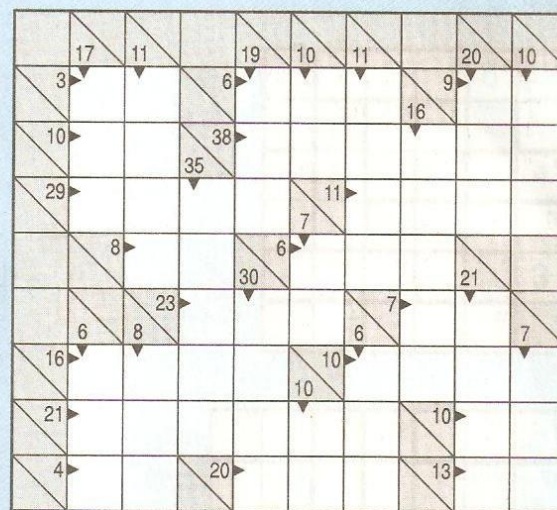
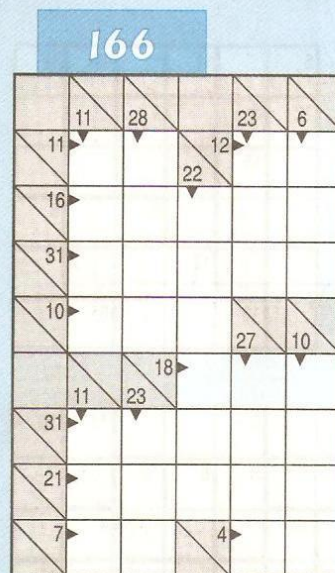
Pionowo:

- 2) iloczyn sześciu liczb i liczby pierwszej.
- 3) liczba pierwsza.
- 4) sześćian liczby.
- 5) kwadrat liczby pierwszej.
- 7) suma pięciu kolejnych liczb naturalnych.

„Rozrywka. Nie Tylko Sudoku” 1/2009
 Autor: Zbigniew Zarzycki

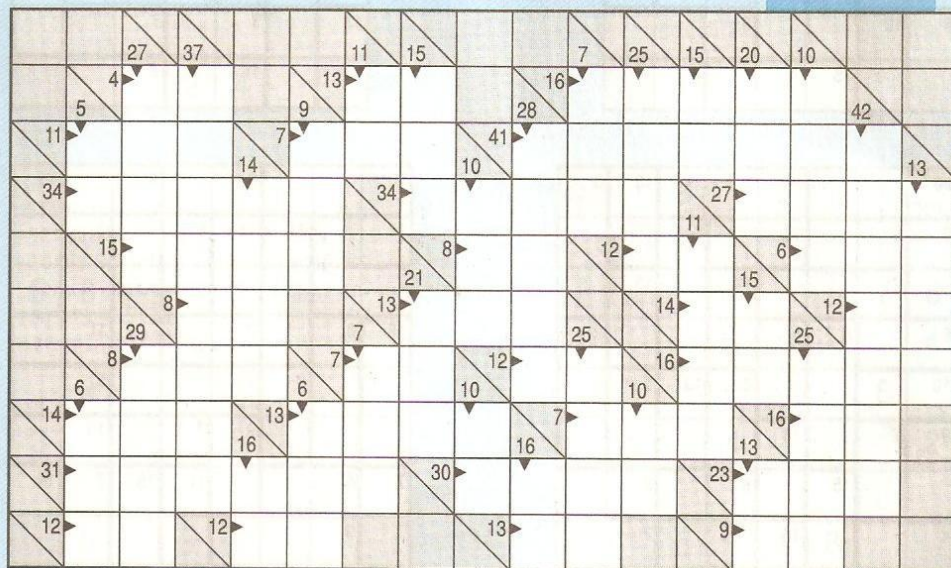
Przykłady.

Do diagramów należy wpisać liczby składające się z różnych cyfr (od 1 do 9), których suma wynosi tyle, ile wskazuje liczba w trójkątnym polu.



167

168

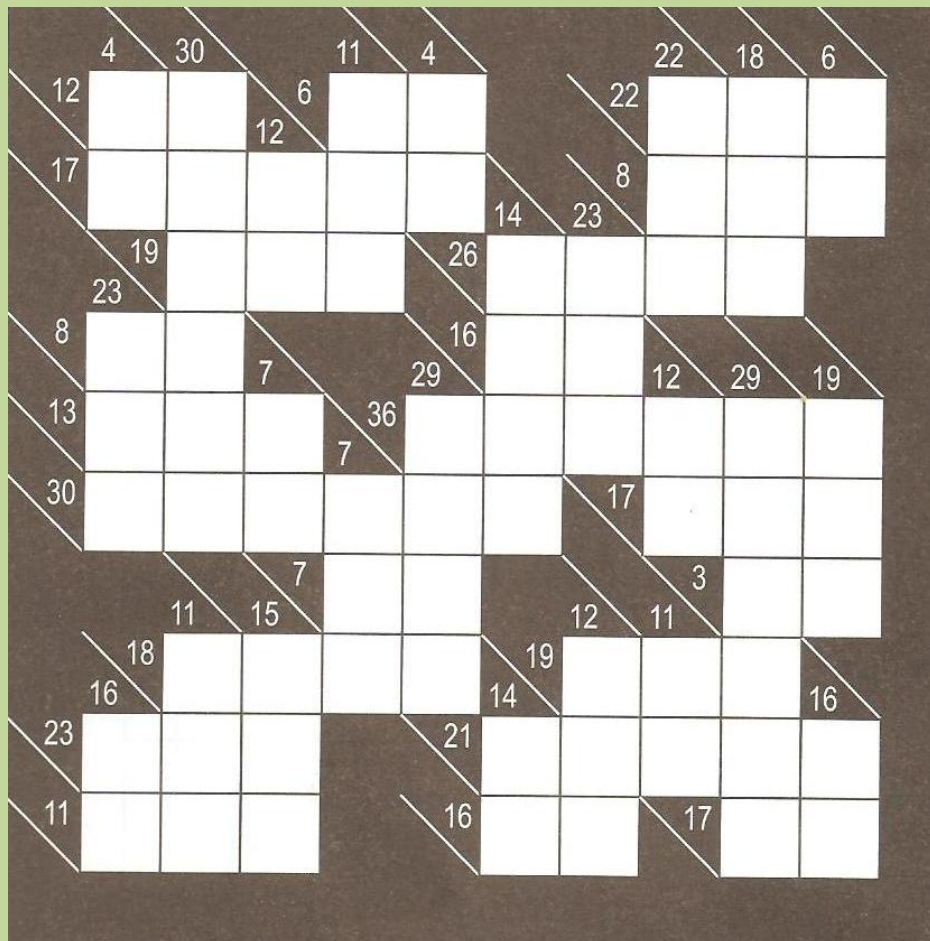


Rozrywka. Nie Tylko Sudoku
11/2010,
Autor: Bogdan Przybyszewski

Przykład.

W puste kratki należy wpisać cyfry od 1 do 9. Białe liczby w czarnych kratkach są sumami wpisanych cyfr. Liczba nad ukośną jest sumą cyfr znajdujących się na prawo, a liczba pod ukośną jest sumą cyfr znajdujących się pod nią. W obrębie jednej sumy cyfry nie mogą się powtarzać.

Łamigłówki logiczne. Logi-Mix
nr 29, listopad 2010.



Przykłady.

SUMY 174

W kratki należy wpisać liczby od 1 do 9 tak, aby w każdym rzędzie i każdej kolumnie występowały różne liczby, których suma wynosi tyle, ile liczba poza diagramem.

2				25
	8			21
3				21
				12
18	27	18	16	

„Rozrywka. Nie Tylko Sudoku” 11/2010
Autor: Zbigniew Zarzycki

175

WYSPY SUM

W kratki należy wpisać cyfry od 1 do 4 tak, aby w każdym rzędzie i każdej kolumnie występowały cztery różne cyfry. Liczby w szarych kratkach wskazują sumę cyfr w sąsiednich białych kratkach stykających się bokiem lub wierzchołkiem.

7			8			5
	17			10	11	
	13		19		12	
4		9				11
	6		12	17		
11		12		11		
		11			6	4

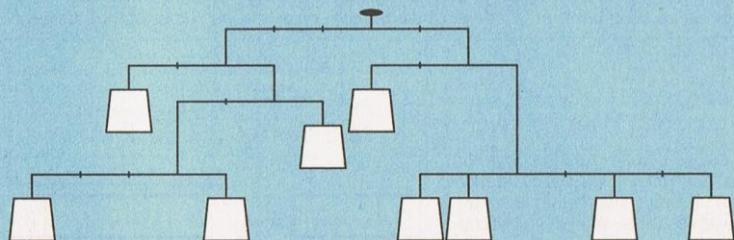
„Rozrywka. Nie Tylko Sudoku” 3/2009
Autor: Stanisław Wojciuk

Zadania różne.

NA SZALKACH

177

Dwa odważniki zawieszone na jednej poziomej belce pozostają w równowadze, jeśli iloczynny długości ramienia od punktu zawieszenia i masy odważnika są sobie równe. Na szalkach należy rozmieścić odważniki o różnej masie (od 1 do 9) tak, aby układ pozostawał w równowadze. W obliczeniach pomija się ciężar elementów, na których zawieszono są odważniki.



„Rozrywka. Nie Tylko Sudoku” 3/2009
Autor: Stanisław Wojciuk

RÓWNOŚĆ

187

$$\begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \hline 7 & \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|c|} \hline \square & \square & \square \\ \hline \hline \square & 8 & \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \end{array} - \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \end{array}$$

W kratki należy wpisać cyfry od 0 do 9 (ujawniono 7 i 8) tak, aby otrzymane liczby utworzyły poprawną równość.

„Rozrywka. Nie Tylko Sudoku” 1/2009
Autor: Sławomir Koszelew

$$\begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \hline - \\ \hline \end{array} - \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \hline : \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \hline + \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|} \hline 3 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \hline + \\ \hline \end{array} - \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \hline \times \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \hline - \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|} \hline 3 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \hline + \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \hline - \\ \hline \end{array} - \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \hline = \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|} \hline 3 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{|c|} \hline 3 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|} \hline 3 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|} \hline 3 \\ \hline \end{array}$$

TABLICA DZIAŁAŃ

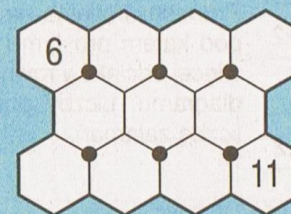
192

W kratki należy wpisać liczby od 1 do 9 tak, aby otrzymane działania były poprawne.

„Rozrywka. Nie Tylko Sudoku” 11/2009
Autor: Sławomir Koszelew

173 TAKIE SAME SUMY

W pola należy wpisać brakujące liczby od 1 do 11 tak, aby sumy trzech liczb wokół czarnych kropek były takie same.



„Rozrywka. Nie Tylko Sudoku” 11/2010
Autor: Zbigniew Zarzycki

Andrzej Bartz – matematyk, informatyk, szaradzysta...



Andrzej Bartz - ukończył Sekcję Metod Numerycznych i Maszyn Matematycznych na Wydziale Matematyki i Fizyki Uniwersytetu Warszawskiego. W latach 1969-87 był pracownikiem Politechniki Warszawskiej (jako starszy asystent i potem główny specjalista ds. zastosowań matematyki). Od roku 1987 mieszka w Niemczech (do niedawna w Erlangen), pracuje jako informatyk w Herzogenaurach w siedzibie głównej koncernu Schaeffler Technologies GmbH & Co. KG.

Czołowy popularyzator matematyki rozrywkowej, wybitny autor kryptarytmów i alfametyków (w ponad 20 językach). Jako jedyny na świecie tworzy wielojęzyczne układy alfametyków. Ułożył też najdłuższy możliwy alfametyk zapisany cyframi rzymskimi.

Pierwsze Jego publikacje w JRM miały miejsce w latach 1983-1984.



W zeszycie 35(2) Steven Kahan (redaktor naczelny działu „Alphametics and Solutions”, wykładowca matematyki w Queens College of the City University of New York) poświęcił Mu pół rubryki i miłą laudację, co jest ogromnym wyróżnieniem, bo – jak Andrzej Bartz sam napisał w liście – „...*niektóre nazwiska z jej łamów (np. Donald Knuth) zapierają dech w piersiach...*”.

Układanie rekordowych alfametyków pozwoliło Mu połączyć trzy pasje: matematykę, informatykę i szaradziarstwo.

Za języki „przyjazne” autorom alfametyków uważa np. angielski i włoski, zaś polski i niemiecki – jako raczej „niezbyt przyjazne”...

Przykłady wielojęzycznych kryptarytmów autorstwa Andrzeja Bartza.

Fińsko-rzymski układ alfametyków

Y	K	S	I	
Y	K	S	I	
Y	K	S	I	
Y	K	S	I	
Y	K	S	I	
Y	K	S	I	
+	Y	K	S	I
K U U S I				

Mały słowniczek fińsko-polski:
yki – jeden;
kuusi – sześć

Nr 12

L	X	X	X	V	I	I	I	
				C	L	X	V	
				C	C	X	L	
+		C	C	L	X	X	I	X
D C C L X X I I								

Litery należy zastąpić takimi cyframi, aby otrzymane liczby utworzyły poprawne dodawanie. Takim samym literom w obu działaniach odpowiadają takie same cyfry, a różnym literom różne cyfry.

Andrzej Bartz – Niemcy

Układ kryptarytmów

Litery w wyrazach należy zastąpić cyframi, tak aby otrzymane liczby utworzyły poprawne mnożenie i dodawanie. Takim samym literom w obu działaniach odpowiadają takie same litery, a różnym literom – różne cyfry.

$$4 \times \text{UNU} = \text{KVAR}$$

$$\text{DU} + \text{UNU} = \text{TRI}$$

W rozwiązaniu wystarczy podać, ile wynosi iloczyn i suma. W języku esperanto: UNU – 1, DU – 2, TRI – 3, KVAR – 4.

Nr 6

Andrzej Bartz

Rzymska trzynastka

Cyfry rzymskie należy zastąpić cyframi arabskimi, tak aby powstało poprawne dodawanie.

DCCCLXXXVIII
DCCCLXXXVIII
LIII
LXXXVIII
CXXVIII
+
CCCLIII
MMCCCLXXXVIII

Takim samym cyframi rzymskim odpowiadają takie same cyfry arabskie. W rozwiązaniu wystarczy podać sumę.

Nr 24

Andrzej Bartz

Polsko-duński układ kryptarytmów

$$4 \times \text{STO} + 12 \times \text{OSIEM} + 28 \times \text{SIEDEM} + 108 \times \text{JEDEN} = \text{OSIEMSET}$$

$$2 \times \text{NI} + 8 \times \text{TRE} + 5 \times \text{TO} + 8 \times \text{EN} = \text{TRES}$$

$$3 \times \text{NI} + 2 \times \text{OTTE} + 3 \times \text{TRE} + 2 \times \text{TO} + 4 \times \text{EN} = \text{TRES}$$

Litery składające się na nazwy liczebników w języku polskim i duńskim należy zastąpić takimi cyframi, aby powstało w ten sposób liczby tworzyły poprawne równania. Takim samym literom odpowiadają takie same cyfry. W rozwiązaniu wystarczy podać, ile wynoszą OSIEMSET i TRES.

Duńskie liczebniki to:

EN = 1, TO = 2, TIE = 3,
OTTE = 8, NI = 9, TRES = 60.

Nr 15

Andrzej Bartz

Słoweńsko-rzymski układ kryptarytmów

Litery w słoweńskich słowach i liczbach rzymskich należy zastąpić takimi cyframi, aby otrzymane liczby utworzyły poprawne równania. Takim samym literom odpowiadają takie same cyfry, a różnym literom – różne cyfry.

$$\text{DVA} \times \text{DVA} + \text{PET} = \text{DEVET}$$
$$\text{CLXXVI} + \text{CXCVII} + \text{CDIX} = \text{DCCCXIII}$$

W rozwiązaniu wystarczy podać liczby z dolnego rzędu.

Nr 13

Andrzej Bartz

Polsko-angielski układ kryptarytmów

Litery składające się na nazwy liczebników w języku polskim i angielskim należy zastąpić takimi cyframi, aby powstało w ten sposób liczby tworzyły poprawne równania. Takim samym literom odpowiadają takie same cyfry. W rozwiązaniu wystarczy podać, ile wynosi OSIEMSET.

Nr 13

Andrzej Bartz

$$2 \times \text{STO} + 43 \times \text{OSIEM} + 27 \times \text{SIEDEM} + 67 \times \text{JEDEN} = \text{OSIEMSET}$$
$$2 \times \text{ONE} = \text{TWO}$$

✱ ✱ ✱ ✱ ✱ ✱ ✱ ✱ ✱ ✱ ✱ ✱ ✱ ✱

✱
✱
✱
✱
✱
✱
✱
✱
✱
✱
✱
✱
✱



50

10/2007
* REWIA Rozp
10/247

Nr 94

O, psia kość...

Kryptarytmy „wplecione”
w zabawną historijkę

Rewia Rozrywkki, 3/2001

O, psia kość

Kiedy po ustawowych zastrzeżeniach wprowadzono surowy nakaz: „Kaganiec nos i przy pogodzie”, rozdrażniony pieski świat wylegił na ulice. Choć jazgot był straszliwy, spontaniczna demonstracja pod hasłem: „Pieska ich niebieska” odbywała się pokojowo i nikt nikogo nie ugryzł. Demonstranci domagali się rozszerzenia psich swobód:

PRECZ x Z = OBROZA
NIGDY x NA = SMYCZY

oraz poprawy warunków bytowych:

WEDLINA : DLA = PSÓW
GNATY : NA = STÓŁ

Postulowano także zlikwidowanie podatku od psów i zniesienie segregacji rasowej.

Choć pogoda była pod psem, manifestacja trwała wiele godzin. Dopiero gdy grupki prowokatorów z radykalnego ugrupowania „Koalicja Psów z Rodowodem” zaczęły wyszczekiwać:

DOGI x DO = WŁADZY
KOTY x NA = PLOTY

do akcji przystąpiły policyjne wilczury. Wtedy przywódca anarchistów Reksio warknął

O x PSIA = KOŚĆ

Nie było to hasło do boju, lecz do odwrotu. Demonstranci podkulił ogony i jak zbite psy rozpierzchli się do swoich bud i domów. Wkrótce znów zapanował ład i porządek.

Ministerstwo Spraw Dyskretnych zwraca się do czytelników z apelem o współpracę w rozszyfrowaniu psich postulatów i hasła wicherzyciela Reksia. Jak wykazało dochodzenie wstępne, są one kryptarytmami.

Oto, co zdołano dotychczas, ponad wszelką wątpliwość ustalić:

WEDLINA : DLA = PSÓW

E	I	A	A
W	D	L	I
W	S	L	A
O	A	I	N
D	L	A	
E	O	N	A
E	O	N	A
=			

PRECZ x Z = OBROZA

x				
	P	R	E	C
				Z
	O	B	R	O
	Z			

NIGDY x NA = SMYCZY

x				
	N	I	G	D
				Y
	Y	Z	C	N
	N	I	G	D
	S	M	Y	C
	Z			Y

GNATY : NA = STÓŁ

X	X
X	X
X	X
3	X
X	X
3	X
X	X
X	3
X	3
=	

DOGI x DO = WŁADZY

x				
	D	O	G	I
				D
	W	Ł	A	D
	A	A	Y	A
	W	Ł	A	D

O x PSIA = KOŚĆ

x				
	P	S	I	A
	K	O	Ś	Ć

KOTY x NA = PLOTY

x				
	K	O	T	Y
				N
	8	X	X	X
	X	X	X	X
	P	L	O	T
				Y

PRECZ Z OBROZA – bez zera, GNATY NA STÓŁ – bez zera, wszystkie trójki ujawnione, DOGI DO WŁADZY – bez zera, O PSIA KOŚĆ – bez szóstki i dziewiątki, KOTY NA PLOTY – bez 9, jedyna ósemka ujawniona.

Nr 56 Andrzej Bartz

Publikacje w Journal of Recreational Mathematics

J. RECREATIONAL MATHEMATICS, Vol. 33(3) 220-225, 2004-2005

ALPHAMETICS AND SOLUTIONS TO 32(3) ALPHAMETICS

Edited by: **STEVEN KAHAN**

Please send solutions and proposals for new puzzles to *Steven Kahan, 78-51 220th Street, Hollis Hills, New York 11364.*

Alphametics

2645. Whoa, Nellie! by Hunter H. Faires, El Paso, Texas

$$\begin{array}{r} \text{I} \\ \text{R O D E} \\ \text{R A C E S} \\ \hline \text{E D D I E} \\ \text{A R C A R O} \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{(Of course, ARCARO} \\ \text{is the greatest.)} \end{array}$$

2646. Lemon Lover by Bernard J. Portz, Wauwatosa, Wisconsin

$$\begin{array}{r} \text{I} \\ \text{S T A R T} \\ \text{T O} \\ \text{S A V O R} \\ \text{T H A T} \\ \hline \text{T A R T} \\ \text{F L A V O R} \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{(The most FLAVOR here.)} \end{array}$$

2647. Tribute To 2006—1 by Junya Take, Kanagawa, Japan

$$\text{VII} + \text{VIII} + \text{XC} + \text{CM} + \text{MI} = \text{MMVI}$$

2648. Tribute To 2006—2 by Junya Take, Kanagawa, Japan

$$\text{I} + \text{VII} + \text{VIII} + \text{XC} + \text{CM} + \text{M} = \text{MMVI}$$

220

ALPHAMETICS AND SOLUTIONS TO 32(3) ALPHAMETICS / 221

2649. Tithe by Chuck Porter, Freeport, Texas

$$(\text{INCOME}) \div (\text{TEN}) = \text{TAX}$$

(Strive for the least TAX.)

2650. Doubly True—Italian by Giulio Cesare, Rome, Italy

$$\begin{array}{l} \text{UNO} + \text{TRE} + \text{OTTO} + \text{NOVE} + \text{DIECI} + \text{UNDICI} + \\ \text{DODICI} + \text{VENTI} + \text{VENTUNO} + \text{CENTODUE} + \\ \text{CENTOTRE} = \text{TRECENTO.} \\ (1 + 3 + 8 + 9 + 10 + 11 + 12 + 20 + 21 + 102 + 103 = 300) \end{array}$$

2651. Two Ways To Eighteen by Donald Knuth, Stanford, California

$$\text{SEVEN} + \text{TEN} + \text{ONE} = \text{THREE} + \text{NINE} + \text{SIX}.$$

2652. 3-4-5 Triangle—Swahili by Andrzej Bartz, Erlangen, Germany

$$(\text{INE})^2 + (\text{TATU})^2 = (\text{TANO})^2$$

2653. 3-4-5 Triangle—Esperanto by Andrzej Bartz, Erlangen, Germany

$$(\text{TRI})^2 + (\text{KVAR})^2 = (\text{KVIN})^2$$

2654. Old Adage by Frank J. Mrazik, Montreal, Canada

$$\text{A} + \text{FRIEND} + \text{IN} + \text{NEED} + \text{IS} + \text{A} + \text{FRIEND} = \text{INDEED}$$

(Solve this alphametic in base 12.)

2655. Them's Big Words by Truman Collins, Lake Oswego, Oregon

$$\begin{array}{l} \text{APPERCEPTION} + \text{ARISTOCRATIC} + \text{CONCESSIONAIRE} + \\ \text{CONSCRIPTION} + \text{INAPPROPRIATE} + \text{INCAPACITATE} + \\ \text{INCONSISTENT} + \text{INTERCEPTION} + \text{OSTEOPOROSIS} + \\ \text{PERSPIRATION} + \text{PRESCRIPTION} + \text{PROSCRIPTION} + \\ \text{PROSOPOPOEIA} + \text{PROTECTORATE} + \text{PROTESTATION} + \\ \text{STATISTICIAN} + \text{TRANSOCEANIC} + \text{TRANSPIRATION} = \\ \text{ANTIPERSPIRANT.} \end{array}$$

ALPHAMETICS AND SOLUTIONS TO 34(2) ALPHAMETICS

Edited by: **STEVEN KAHAN**

Please send solutions and proposals for new puzzles to *Steven Kahan, 78-51 220th Street, Hollis Hills, New York 11364*.

This column features the proposals of two of our most prolific contributors—Andrzej Bartz of Erlangen, Germany and Frank J. Mrazik of Montreal, Canada. These two gentlemen have amassed a large stockpile of ingenious alphametics, a small sampling of which follows. The first six were devised by Andrzej, while the last six belong to Frank. Kudos to both for their superb creative skills!

Alphametics

2729. Waterfowl



E	G	R	E	T
E	I	D	E	R
G	O	O	S	E
G	R	E	B	E
I	B	I	S	
T	E	R	N	
B	I	R	D	S



2730. For Methuselah—Italian

SEICENTO + CENTODUE + CENTO + VENTINOVE +
VENTIDUE + DICIOTTO + DODICI + DIECI + SETTE = NOVECENTO
(600 + 102 + 100 + 29 + 22 + 18 + 12 + 10 + 7 = 900)

2731. For Methuselah—German



$$2(\text{HUNDERTDREI}) + 4(\text{SIEBEN}) + 57(\text{NEUN}) + \text{DREI} + 150(\text{EINS}) = \text{NEUNHUNDERT}$$

$$(2(103) + 4(7) + 57(9) + 3 + 150(1) = 900)$$

2732. Iberian Squares—Portuguese



$$(\text{SETE})^2 + (\text{SEIS})^2 = (\text{NOVE})^2 + (\text{DOIS})^2$$

$$(7^2 + 6^2 = 9^2 + 2^2)$$

2733. Iberian Squares—Catalan



$$(\text{SET})^2 + (\text{SIS})^2 = (\text{NOU})^2 + (\text{DOS})^2$$

$$(7^2 + 6^2 = 9^2 + 2^2)$$

2734. The Big Apple



$$(\text{NEW})^3 = (\text{YORK} - \text{CITY})^2$$

2735. The Thirty-Sixth President

$$(\text{LYNDON}) \times \text{B} = \text{JOHNSON}$$

2736. Doubly True—Roman

$$(\text{I} + \text{II} + \text{III} + \text{IV} + \text{V} + \text{VI} + \text{VII} + \text{VIII} + \text{IX} + \text{X} + \text{XI} + \text{XII})(\text{XV}) = \text{MCLXX}$$

2737. Old Adage—1

$$(\text{X})(\text{WRONG}) = (3)(\text{RIGHT})$$

where 3 is reusable.

2738. Old Adage—2

$$\text{A} + [(\text{WILL}) \div (\text{IS})](\text{A}) + \text{DEAD} + \text{GIVE} = \text{AWAY}$$

where DEAD should be dead even.

2739. Independence Day

$$\text{A} = (\text{HAPPY}) \div ((4)(\text{TH}) + (\text{OF})(\text{JULY}))$$

where 4 is reusable.

ALPHAMETICS AND SOLUTIONS TO 32(2) ALPHAMETICS

Edited by: **STEVEN KAHAN**

Please send solutions and proposals for new puzzles to *Steven Kahan, 78-51 220th Street, Hollis Hills, New York 11364.*

Alphametics

2633. Heed the Warning by A. G. Bradbury, North Bay, Ontario

$$\begin{array}{r} \text{T I M E} \\ \text{A L O N E} \\ \text{W I L L} \\ \hline \text{T E L L} \\ \text{L I S T E N} \end{array}$$

2634. A Cut Above by Bernard J. Portz, Wauwatosa, Wisconsin

$$\begin{array}{r} \text{G R A B} \\ \text{A} \\ \text{B L A D E} \\ \text{H A V E} \\ \hline \text{A} \\ \text{S H A V E} \end{array}$$

(Find the solution in which the digits in the sum form a decreasing sequence.)

2635. Start of the Workweek by Hunter H. Faires, El Paso, Texas

$$\text{O N + M O N D A Y + I + A M + A + H U M A N = D Y N A M O}$$

(Make the most of MONDAY.)

2636. Elocution Lesson by Chuck Porter, Freeport, Texas

$$(\text{H O W}) \times (\text{N O W}) - \text{B R O W N} = \text{C O W}$$

2637. Sum Long Words by Mike Keith, Richmond, Virginia

$$\begin{array}{r} \text{P O S T C A N O N I C A L} \\ \text{T R I P A R T I T I O N S} \\ \text{C O C O N S P I R A T O R} \end{array}$$

2638. Stranded by Bor-Yan Chen, Taiwan, China

$$(\text{D N A}) \times (\text{R N A}) = \text{M Y G E N E}$$

2639. Doubly True—English by Junya Take, Kanagawa, Japan

$$\text{TEN} + \text{FIFTEEN} + \text{SIXTYSIX} = \text{FORTYONE} + \text{FIFTY}$$

2640. Doubly True—German by Andrzej Bartz, Erlangen, Germany

$$\begin{aligned} &2(\text{TAUSENDSIEBEN}) + 2(\text{TAUSENDEINS}) + \text{TAUSEND} \\ &+ 96(\text{SIEBEN}) + 304(\text{DREI}) + 400(\text{EINS}) = \text{SIEBENTAUSEND} \\ &(2(1007) + 2(1001) + 1000 + 96(7) + 304(3) + 400(1) = 7000) \end{aligned}$$

2641. Doubly True—Swedish by Andrzej Bartz, Erlangen, Germany

$$\begin{aligned} &(\text{ETT}) \times (\text{ETT}) + (\text{FEM}) \times (\text{FEM}) + (\text{TIO}) \times (\text{TIO}) = \\ &(\text{TRE}) \times (\text{TRE}) + (\text{SEX}) \times (\text{SEX}) + (\text{NIO}) \times (\text{NIO}) \\ &(1 \times 1 + 5 \times 5 + 10 \times 10 = 3 \times 3 + 6 \times 6 + 9 \times 9) \end{aligned}$$

2642. Basic Instinct by Frank J. Mrazik, Montreal, Canada

$$\text{S M I L E} + \text{I T'S} + \text{A} + \text{L I T T L E} = \text{T E A S E R}$$

(Solve this alphametic in three consecutive integer bases.)

2720. Annual Alphametic by Junya Take, Kanagawa, Japan

$$I V + X I + X V I I + X V I I + C M L X + M = M M I X$$

$$(4 + 11 + 17 + 17 + 960 + 1000 = 2009)$$

2721. 80/90—English by Andrzej Bartz, Erlangen, Germany

Solve simultaneously:

$$2(TWENTY) + 2(TEN) + NINE + 4(TWO) + 3(ONE) = EIGHTY$$

$$TWENTY + THIRTY + NINE + 5(THREE) + 4(TWO) + 8(ONE) = NINETY$$

2722. 80/90—Italian by Andrzej Bartz, Erlangen, Germany

Solve simultaneously:

$$VENTUNO + DODICI + DIECI + NOVE + 7(DUE) + 14(UNO) = OTTANTA$$

$$2(DODICI) + UNDICI + 5(NOVE) + OTTO + DUE = NOVANTA$$

$$(21 + 12 + 10 + 9 + 7(2) + 14(1) = 80; 2(12) + 11 + 5(9) + 8 + 2 = 90)$$

2723. Not Square? by Chuck Porter, Freeport, Texas

$$(PIE) \times (ARE) = ROUND$$

(The largest PIE, please.)

2724. Hope For The Future by Andrzej Bartz, Erlangen, Germany

$$(YES)^2 + (WE)^2 + (CAN)^2 = OBAMA$$

2725. Justice by Frank J. Mrazik, Montreal, Quebec

$$A + TRIAL = (BY) \times (JURY)$$

(We require a prime JURY here.)

2726. It Speaks For Itself by Frank J. Mrazik, Montreal, Quebec

$$STATE + CAPITALS + ANNAPOLIS + ATLANTA + DES + MOINES +$$

$$LANSING + LINCOLN + LITTLE + ROCK + MONTGOMERY +$$

$$MONTPELIER + OLYMPIA + PIERRE + SALEM + SALT + LAKE +$$

$$CITY + TOPEKA + TRENTON = SACRAMENTO$$

(Solve in base 16.)

2727. Skeleton—1 by Junya Take, Kanagawa, Japan

$$\begin{array}{r} * * * * * \\ \times * * * * * \\ \hline * * * * * \\ * S S * * * * \\ * S * * * * * \\ * * * S S * * \\ * * * * * S \\ \hline * * * * S S * * * * \end{array}$$

(No star is equal to S.)

2728. Skeleton—2 by Junya Take, Kanagawa, Japan

$$\begin{array}{r} * * * * * \\ \times * * * * * \\ \hline * * K * K * * * \\ * * * K K * * * \\ * * * * K * * * \\ * * * * * K K * \\ \hline * * * * * K * K * * * \end{array}$$

(No star is equal to K.)

Solutions to 34(1) Alphametics**2669. Good Medicine** by Truman Collins, Lake Oswego, Oregon

Solve the alphametic

$$MENTAL + HEALTH = MATTERS.$$

$$\text{Solution: } 123408 + 920849 = 1044257.$$

2670. Look! It's Joan of Arc! by A. G. Bradbury, North Bay, Ontario

Solve the alphametic

$$HE + SAW + WHAT + WAS + AT = STAKE,$$

where STAKE is prime.

$$\text{Solution: } 27 + 139 + 9230 + 931 + 30 = 10357.$$

Rekordowe alfametyki w języku polskim autorstwa Andrzeja Bartza

$10 \times \text{OSIEMSETSIEDEM} + 7901 \times \text{STO} + 227 \times \text{OSIEM} + 2 \times \text{SIEDEM} = \text{OSIEMSET-TYSIĘCY}$

O-2 S-1 I-0 E-5 M-8 T-7 D-9 Y-4 Ę-6 C-3

$100 \times \text{SIEDEMSETOSIEM} + 6292 \times \text{STO} = \text{SIEDEMSETTYSIĘCY}$

S-1 I-0 E-3 D-4 M-5 T-7 C-6 Y-2 Ę-8 C-9

$\text{SIEDEMDZIESIĄT} + 1 \times \text{SIEDEM} + 554 \times \text{JEDEN} = \text{SIEDEMSETJEDEN}$

S-7 I-2 E-4 D-3 M-5 Z-1 Ą-0 T-8 J-6 N-9

$\text{OSIENSETOSIEM} + 7 \times \text{MILION} + \text{OSIEMSET} + 2 \times \text{STOOSIEM} + 9952 \times \text{STO} + 372 \times \text{OSIEM} = \text{DSIEMMILIONÓW}$

O-2 S-1 I-0 E-6 M-9 T-3 L-3 N-4 O-7 W-5

$20 \times \text{CZTERYTYSIĄCE} + \text{TYSIĄCCZTERY} + \text{TYSIĄCSTO} + 9 \times \text{TYSIĄC} + 3 \times \text{STOCZTERY} + 20 \times \text{STOTRZY} + 27 \times \text{STO} + 26 \times \text{CZTERY} + 2240 \times \text{TĄŻY} = \text{STOTRZYTYSIĄCE}$

C-2 Z-7 T-6 E-8 R-1 Y-9 I-3 Ą-4 S-5 O-3

$\text{OSIEMTYSIĘCYSIEDEM} + \text{STOTYSIĘCYSTO} + 6 \times \text{STOTYSIĘCY} + 4 \times \text{OSIEMSET} + 2 \times \text{STOOSIEM} + 20 \times \text{STOSIEDEM} + 851 \times \text{STO} + 28 \times \text{OSIEM} + 159 \times \text{SIEDEM} = \text{OSIEMSETTYSIĘCYSTO}$

O-2 S-4 I-7 E-9 M-3 T-0 Y-8 Ę-5 C-6 D-1

$2 \times \text{OSIEMSETJEDEN} + 3 \times \text{OSIEMSET} + 10 \times \text{SIEDEMSET} + 20 \times \text{STOOSIEM} + 80 \times \text{STOSIEDEM} + 9786 \times \text{STO} + 32 \times \text{OSIEM} + 2 \times \text{SIEDEM} + 75 \times \text{JEDEN} = \text{MILION-OSIEMSET}$

O-8 S-4 I-6 E-3 M-1 T-5 J-2 D-0 N-7 L-9

Na koniec polski rekord długości wyrazów w alfametyku:

$\text{SIEDEMSETSIEDEMTYSIĘCYSTOOSIEM} + 3 \times \text{STOOSIEM} + 32 \times \text{OSIEM} + 15 \times \text{SIEDEM} = \text{SIEDEMSETSIEDEMTYSIĘCYOSIEMSET}$

S-1 I-0 E-5 D-9 M-3 T-6 Y-2 Ę-4 C-6 O-7 – przy czym, niestety, wartości Y, Ę i C dowolnie zamienne.

Andrzej Bartz

Jak sam napisał:

*„...Każdy z nich to tygodnie,
a w niektórych przypadkach
miesiące nieprzerwanej pracy
(24/7) moich komputerów,
że o moim nakładzie pracy
nie wspomnę...”*

Rekord się nie ostał. Lepszym rezultatem i nowym polskim rekordem jest rozszerzenie pierwszego z nich do zakresu astronomicznego – „nonilion” to jedyńka z 54 zerami (czyli miliard do szóstej potęgi; hasło z „Wielkiego słownika wyrazów obcych” PWN – przyp. red.)

$\text{OSIEMSETOSIEMNONILIONÓWOSIEMSETOSIEM} + 7 \times \text{MILION} + \text{OSIEMSET} + 2 \times \text{STOOSIEM} + 9952 \times \text{STO} + 372 \times \text{OSIEM} = \text{OSIEMSETOSIEMNONILIONÓWOSIEM-MILIONÓW}$

Rozw. O-2, S-1, I-0, E-6, M-9, T-8, L-3, N-4, Ę-7, W-5.

Rozrywka dla Każdego, 6/2007

Rozrywka dla Każdego, 2/2006

Inne polskie akcenty w Journal of Recreational Mathematics

Z listu Pana Andrzeja Bartza:

*„...**Michał Szurek**, jeden z organizatorów i członek Komitetu Programowego konferencji odegrał w historii moich zainteresowań kryptarytmami istotną rolę. W roku chyba 1983 dowiedziałem się od **Marka Penszki** (wówczas członka redakcji "Rozrywki"), że jedynym źródłem dostępu do czasopisma "Journal of Recreational Mathematics" jest pewien matematyk z Uniwersytetu nazwiskiem Michał Szurek, który jest w posiadaniu licznych jego roczników. Bez większych problemów odnalazłem Michała, który wspaniałomyślnie wypożyczył mi posiadane roczniki i umożliwił mi w ten sposób pierwszy kontakt z JRM. Obaj wyżej wspomniani opublikowali w dawnych czasach parę kryptarytmów w JRM...”*

Kryptarytmy Marka Penszko

$$6 \times \text{OWCA} + 6 \times \text{BARAN} = \text{STADO}$$

JRM 12(2) 1979-80

$$\text{CHMURA} + \text{CHMURA} = \text{DESZCZ}$$

JRM 12(3) 1979-80

Kryptarytmy Michała Szurka

$$\text{DESZCZ} + \text{DESZCZ} + \text{DESZCZ} = \text{POWÓDŹ}$$

JRM 14(1) 1981-82

$$\text{I}^{\text{AM}} = \text{DALI}$$

JRM 21(2) 1989

Jak to rozwiązać...?

Przykład. Rozwiążemy słynny alfametyk Dudeneya. Ponumerujemy kolumny od prawej do lewej. Mamy wtedy z kolumny 5, że **M = 1** (jedyna możliwa cyfra z przeniesienia z kolumny 4). Otrzymujemy więc

$$\begin{array}{r} \text{S E N D} \\ + \text{M O R E} \\ \hline \text{M O N E Y} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{S E N D} \\ + \text{1 O R E} \\ \hline \text{1 O N E Y} \end{array}$$

Dalej z kolumny 4 dostajemy, że $S+1$ wynosi co najmniej 9, a więc $S = 8$ lub $S = 9$ oraz **O = 0**. Mamy więc

$$\begin{array}{r} \text{S E N D} \\ + \text{1 0 R E} \\ \hline \text{1 0 N E Y} \end{array}$$

Gdyby było przeniesienie z kolumny 3 do 4, to musiałoby być $E = 9$ i $N = 0$, co jest niemożliwe, bo mamy już $O = 0$. Skoro więc nie ma tego przeniesienia, to musi być **$S = 9$** .

Mamy więc

$$\begin{array}{r} 9 \text{ E N D} \\ + 1 \text{ 0 R E} \\ \hline 1 \text{ 0 N E Y} \end{array}$$

Gdyby nie było przeniesienia z kolumny 2 do 3, to musiałoby być $E = N$, co jest niemożliwe. Musi więc być **$N = E + 1$** . Gdyby nie było przeniesienia z kolumny 1 do 2, to byłoby $N + R = E \pmod{10}$, a więc $E + 1 + R = E \pmod{10}$, a stąd $R = 9$, co jest niemożliwe, bo już mamy $S = 9$. Musi więc być **$R = 8$** . Mamy więc

$$\begin{array}{r} 9 \text{ E N D} \\ + 1 \text{ 0 8 E} \\ \hline 1 \text{ 0 N E Y} \end{array}$$

Ponieważ mamy przeniesienie z kolumny 1 do 2, to musi być $D + E = 10 + Y$. Y nie może być równe ani 0 ani 1, mamy więc, że $D + E$ wynosi **co najmniej 12**. Dalej, D jest równe **co najwyżej 7** (8 i 9 są już „zajęte”), podobnie N jest równe **co najwyżej 7**, a ponieważ $N = E + 1$, to E jest równe **co najwyżej 6** (ale **nie mniej niż 5**, bo razem z D musi dawać co najmniej 12). Gdyby było $E = 6$, to musiałoby być $D = 7$, ale wtedy mielibyśmy również $N = 7$, co jest niemożliwe. Otrzymujemy więc, że $E = 5$ i dalej $N = 6$, $D = 7$ oraz $Y = 2$. Ostatecznie mamy

$$\begin{array}{r} 9\ 5\ 6\ 7 \\ +\ 1\ 0\ 8\ 5 \\ \hline 1\ 0\ 6\ 5\ 2 \end{array}$$

Przykład. Rozwiążemy kryptarytm Feynmana.

Zauważmy najpierw, że $A - A = 0$ oraz,
że pierwsza cyfra w II odjemnej jest równa **1**.
Mamy więc

$$\begin{array}{r}
 \text{c d A } _ \\
 \hline
 _ _ _ _ \text{A } _ _ : \text{a A b} \\
 \text{e f A A} \\
 \hline
 \text{1 } _ _ \text{A} \\
 \text{g h A} \\
 \hline
 _ _ \text{0 } _ \\
 _ \text{A } _ _ \\
 \hline
 _ _ _ _ _ \\
 _ _ _ _ _ \\
 \hline
 0
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 _ _ \text{A } _ \\
 \hline
 _ _ _ _ \text{A } _ _ : _ \text{A } _ \\
 _ _ \text{A A} \\
 \hline
 _ _ _ _ \text{A} \\
 _ _ \text{A} \\
 \hline
 _ _ _ _ _ \\
 _ \text{A } _ _ \\
 \hline
 _ _ _ _ _ \\
 _ _ _ _ _ \\
 \hline
 0
 \end{array}$$

W celu wyznaczenia wartości A
badamy iloczyny

$$\begin{array}{r}
 \text{a A b} \\
 \times \quad \text{c} \\
 \hline
 \text{e f A A}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \text{a A b} \\
 \times \quad \text{d} \\
 \hline
 \text{g h A}
 \end{array}$$

Mamy więc

Z iloczynu

otrzymujemy, że $a = 4$.

Mamy więc również od razu, że **e = 3, f = 3, g = 9.**

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{ccccccc}
 & & 7 & 2 & 8 & & - \\
 \hline
 & & & & & & \\
 \hline
 & - & - & - & - & 8 & - & - & : & 4 & 8 & 4 \\
 3 & 3 & 8 & 8 & & & & & & & & \\
 \hline
 & & & & & & & & & & & \\
 & 1 & - & - & & 8 & & & & & & \\
 & & 9 & 6 & 8 & & & & & & & \\
 & & \hline
 & & - & - & 0 & - & & & & & & \\
 & & 3 & 8 & 7 & 2 & & & & & & \\
 & & \hline
 & & & - & - & - & - & & & & & \\
 & & & - & - & - & - & & & & & \\
 & & & \hline
 & & & & & & & 0
 \end{array}
 \end{array}$$

Cyfra setek w ostatnim mnożeniu cząstkowym może być równa tylko 2 lub 3, stąd ostatnią cyfrą ilorazu musi być **9**, bo jedynie $9 \times 484 = 4356$ spełnia ten warunek.

Ostatecznie otrzymujemy więc

$$\begin{array}{r} 7 \ 2 \ 8 \ 9 \\ \hline 3 \ 5 \ 2 \ 7 \ 8 \ 7 \ 6 : 4 \ 8 \ 4 \\ 3 \ 3 \ 8 \ 8 \\ \hline 1 \ 3 \ 9 \ 8 \\ 9 \ 6 \ 8 \\ \hline 4 \ 3 \ 0 \ 7 \\ 3 \ 8 \ 7 \ 2 \\ \hline 4 \ 3 \ 5 \ 6 \\ 4 \ 3 \ 5 \ 6 \\ \hline 0 \end{array}$$

Przykład.

Rozwiążemy kryptarytm
Michała Szurka.



$$I^{AM} = DALI$$



Łatwo zauważyć, że pod literą **I** może się ukrywać jedynie cyfra **2**. Oczywiście jest bowiem, że nie może to być cyfra 1, zaś 3 podniesione do najmniejszej możliwej dwucyfrowej potęgi - czyli do 10 - jest równe 59049, jest więc liczbą pięciocyfrową! Wystarczy więc teraz znaleźć taki wykładnik potęgi o podstawie 2, aby otrzymać w wyniku potęgowania liczbę o cyfrze jedności 2. Warunek ten spełnia 13, mamy więc

$$2^{13} = 8192.$$

Przykład. Rozwiążemy krzyżówkę liczbową.

4 poziomo może być równe jedynie 16 lub 81, ale ponieważ nie ma trzycyfrowego sześcianu liczby o cyfrze setek 8, wybieramy **16**. Wtedy **4 pionowo** jest równe **125**. Z kolei **6 poziomo** jest równe **2345**.

Ponieważ 3 pionowo jest liczbą pierwszą, to **5 poziomo** może być równe jedynie 49 lub 81. Uwzględniając fakt, że nie ma trzycyfrowego kwadratu liczby pierwszej o cyfrze setek 4, wybieramy **81**. Wtedy **5 pionowo** jest równe **841** (kwadrat liczby 29). **8 poziomo** jest wtedy równe **210** (jako iloczyn liczb 5, 6 i 7), zaś **7 pionowo** wynosi **50** (jako suma liczb 8, 9, 10, 11 i 12). **3 pionowo** może być liczbą **11, 31, 41** lub **61**, ale po sprawdzeniu, że w **2 pionowo** $5632 = 8^3 \times 11$, wybieramy **31** i wtedy **1 poziomo** jest równe **6543**.

185 KRZY- ŻÓWKA

Poziomo:

- 1) liczba składająca się z czterech kolejnych cyfr w porządku malejącym.
- 4) kwadrat kwadratu liczby.
- 5) kwadrat liczby.
- 6) liczba składająca się z czterech kolejnych cyfr w porządku rosnącym.
- 8) iloczyn trzech kolejnych liczb naturalnych.

1	2		3
4		5	
6			7
	8		

Pionowo:

- 2) iloczyn sześcianu liczby i liczby pierwszej.
- 3) liczba pierwsza.
- 4) sześcian liczby.
- 5) kwadrat liczby pierwszej.
- 7) suma pięciu kolejnych liczb naturalnych.

„Rozrywka. Nie Tylko Sudoku” 1/2009
Autor: Zbigniew Zarzycki

Na zakończenie ciekawostka....

W eliminacjach korespondencyjnych XI Szaradziarskich Mistrzostw Polski w roku 2006 (co - jak się okazało - miało ogromne znaczenie!) pojawiło się „liczbowe” zadanie, które sprawiło wszystkim sporo kłopotów...

ANAGRAM

6002

9-literowy, o początkowej literze **P**.

Nr 34

Arkadiusz Dybała

Rozrywka 1/2006

Rozwiązanie.

ROK NA OPAK

po zanagramowaniu otrzymujemy wyraz

PAROKONKA

(dorożka zaprzężona w parę koni)...

Zadanie domowe;-)

$$\begin{array}{r} \text{U S A} \\ + \text{U S S R} \\ \hline \text{P E A C E} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{U S T A} \\ + \text{U S T A} \\ \hline \text{C A Ł U S} \end{array}$$

(Dwa rozwiązania)

$$\frac{9}{?} - \frac{?}{21} = \frac{17}{42}$$

(Cztery rozwiązania)

$$\begin{array}{r} \text{K T O} \\ \text{M I S T R Z} \\ \text{Z R O B I} \\ + \text{T O} \\ \hline \text{S Z Y B K O} \end{array}$$

(Pod literami na niebieskim tle ukrywają się cyfry **nieparzyste**)

$$\begin{array}{r} \text{E W R} - \text{R E E} = \text{M O J} \\ \square \square \square - \square \square \square = \square \square \square \\ + \quad \quad \quad : \quad \quad \quad - \\ \text{M W Ź} - \text{O A} = \text{E A} \\ \square \square \square - \square \square = \square \square \\ \hline \text{J M M} : \text{M R} = \text{D E} \\ \square \square \square : \square \square = \square \square \end{array}$$

(Po rozwiązaniu litery ustawione w kolejności odpowiadających im cyfr utworzą **10-literowe powiedzonko**)

Polecam...

Literatura:

Martin Gardner, *Moje najlepsze zagadki matematyczne i logiczne*, Oficyna Wydawnicza QUADRIVIUM, 1998

B. Kordiemski, *Rozrywki matematyczne*, Wiedza Powszechna 1956

Marek Penszko, *Łamigłówki. Podróże w Krainę Matematyki Rekreacyjnej*, Prószyński i S-ka, 2009

Ken Russel, Philip Carter, *Łamigłówki liczbowe*, Gdańskie Wydawnictwo Oświatowe, 2006

Czasopisma:

Rewia Rozrywk.

Rozrywka. Nie Tylko Sudoku.

Łamigłówki logiczne. Logi-Mix.

Magazyn Miłośników Matematyki.

Strony internetowe:

<http://penszko.blog.polityka.pl> (blog Marka Penszko)

<http://www.mathematik.uni-bielefeld.de/~sillke/PUZZLES/ALPHAMETIC/>

<http://www.sfinks.org.pl/index.php> (strona Polskiego Stowarzyszenia Miłośników Gier i Łamigłówek)

<http://cryptarithms.awardspace.us/index.html> (Cryptarithms online)

Dziękuję za uwagę!