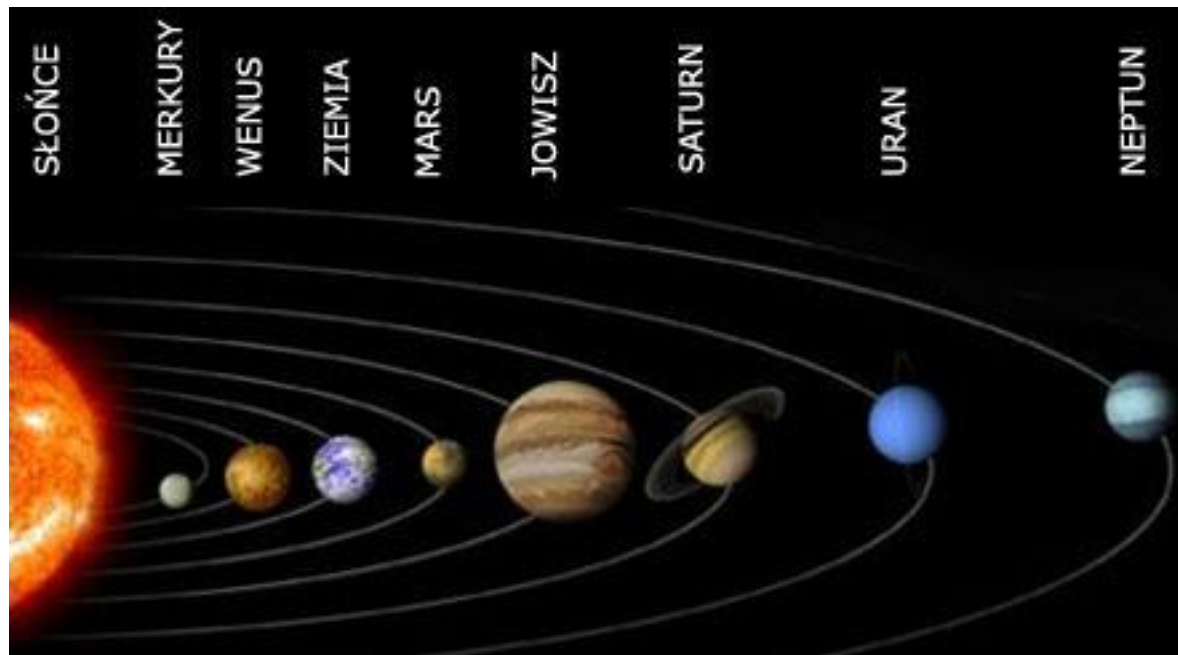


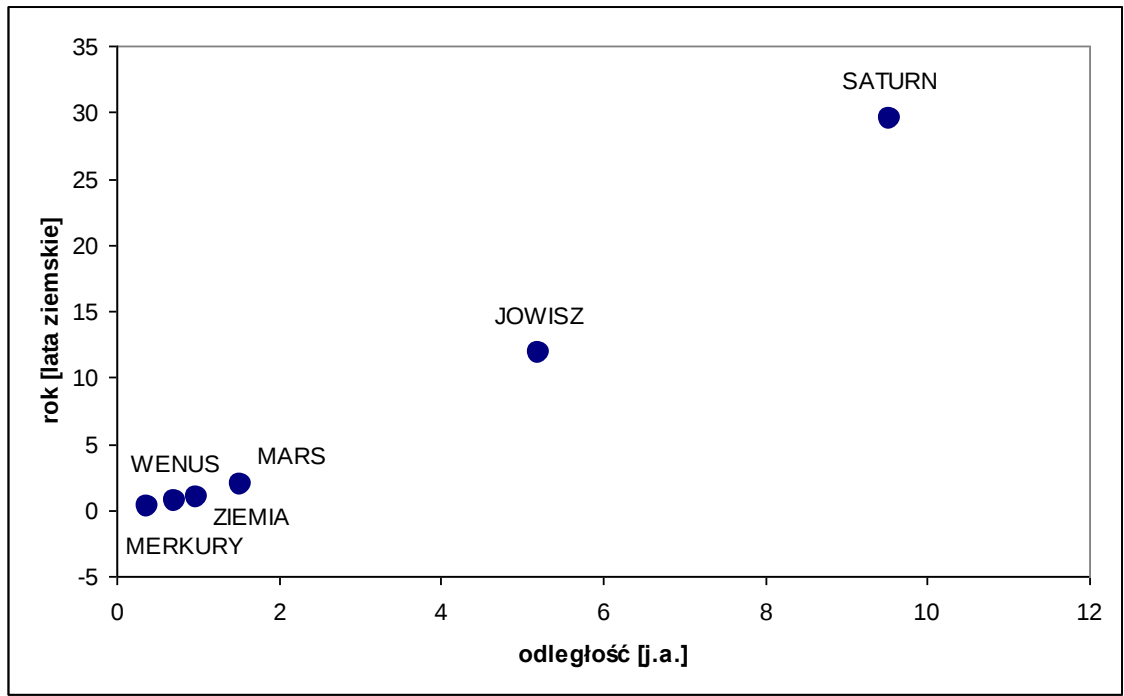
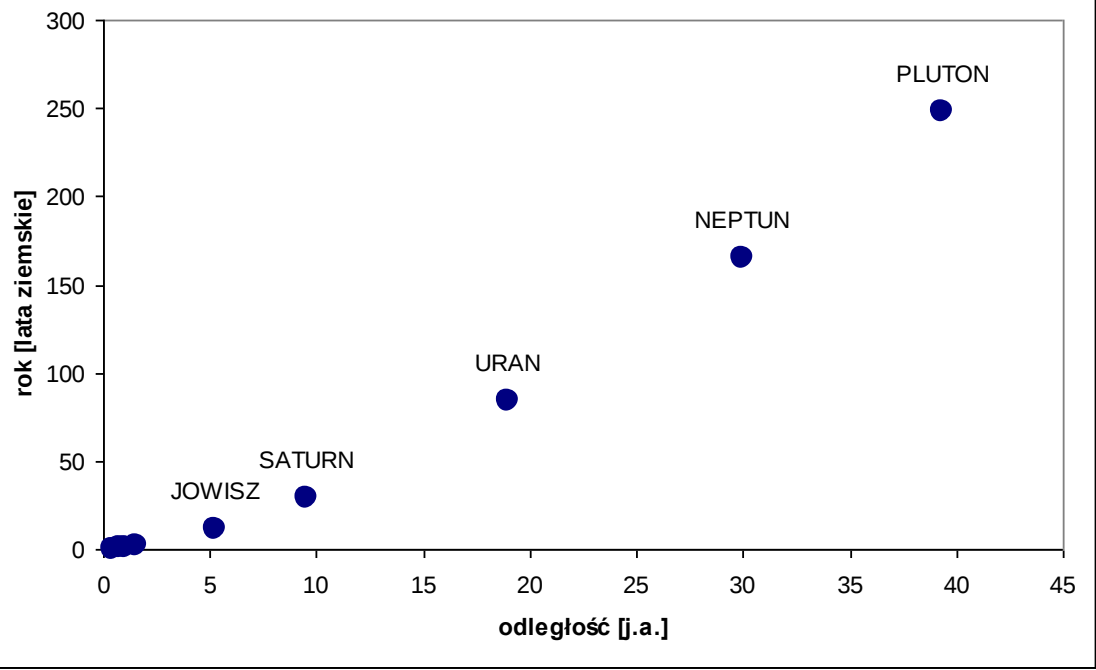


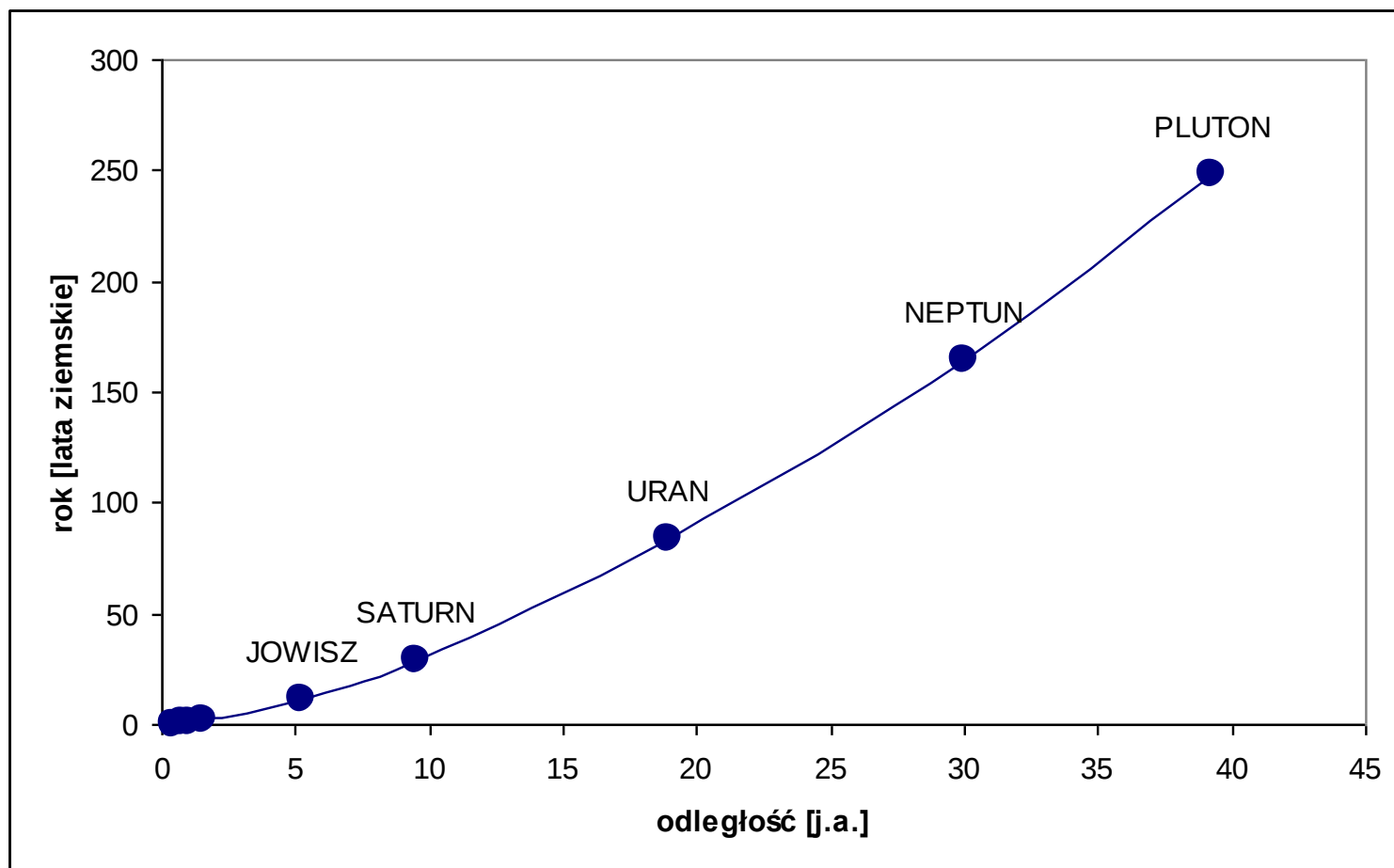
Mały astronom

Andrzej
Dąbrowski
Wrocław

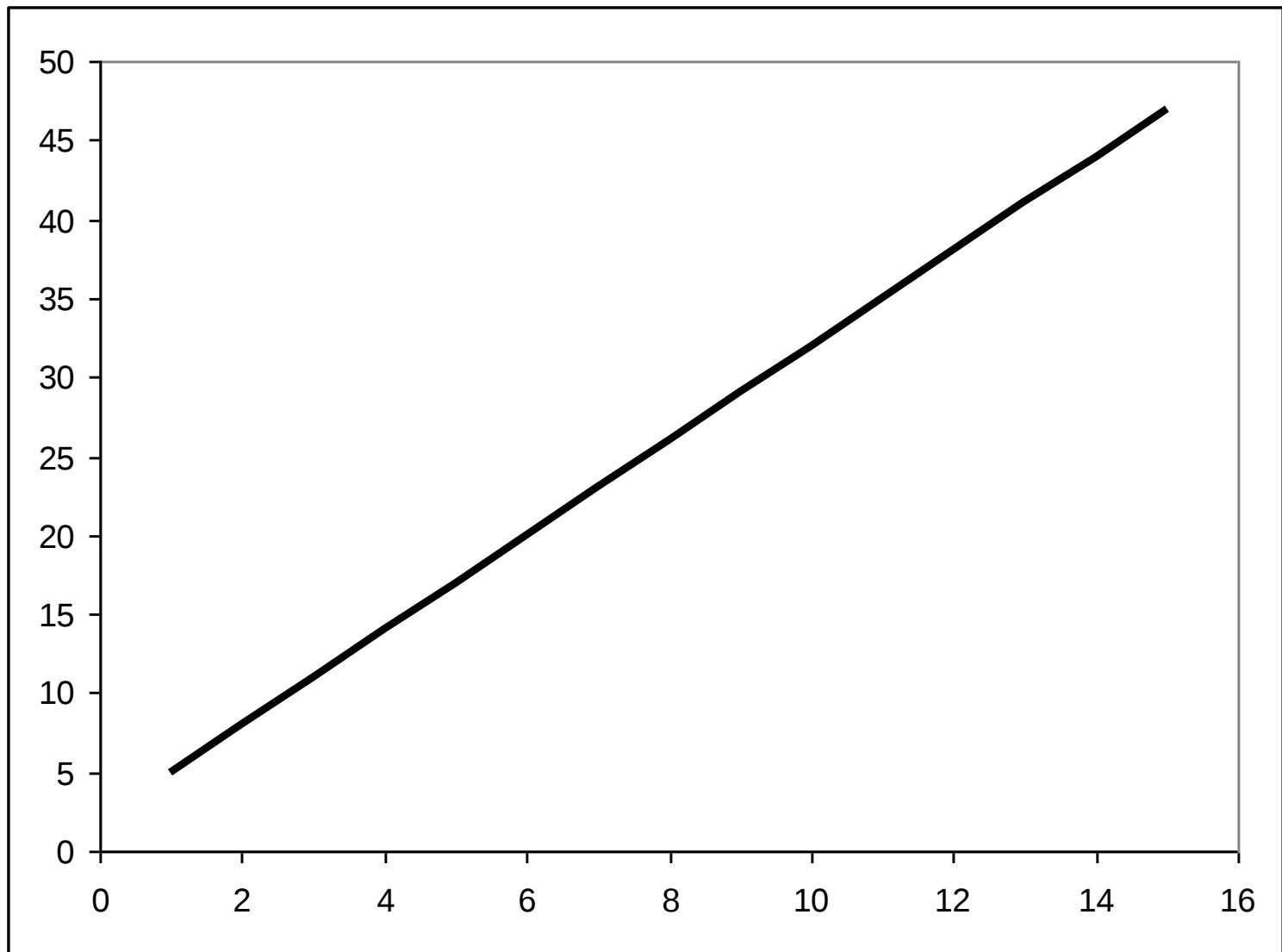


	odległość	rok
MERKURY	0,39	0,24
WENUS	0,73	0,62
ZIEMIA	1,00	1,00
MARS	1,53	1,88
JOWISZ	5,20	11,87
SATURN	9,54	29,48
URAN	18,98	84,07
NEPTUN	30,01	164,90
PLUTON	39,29	247,85

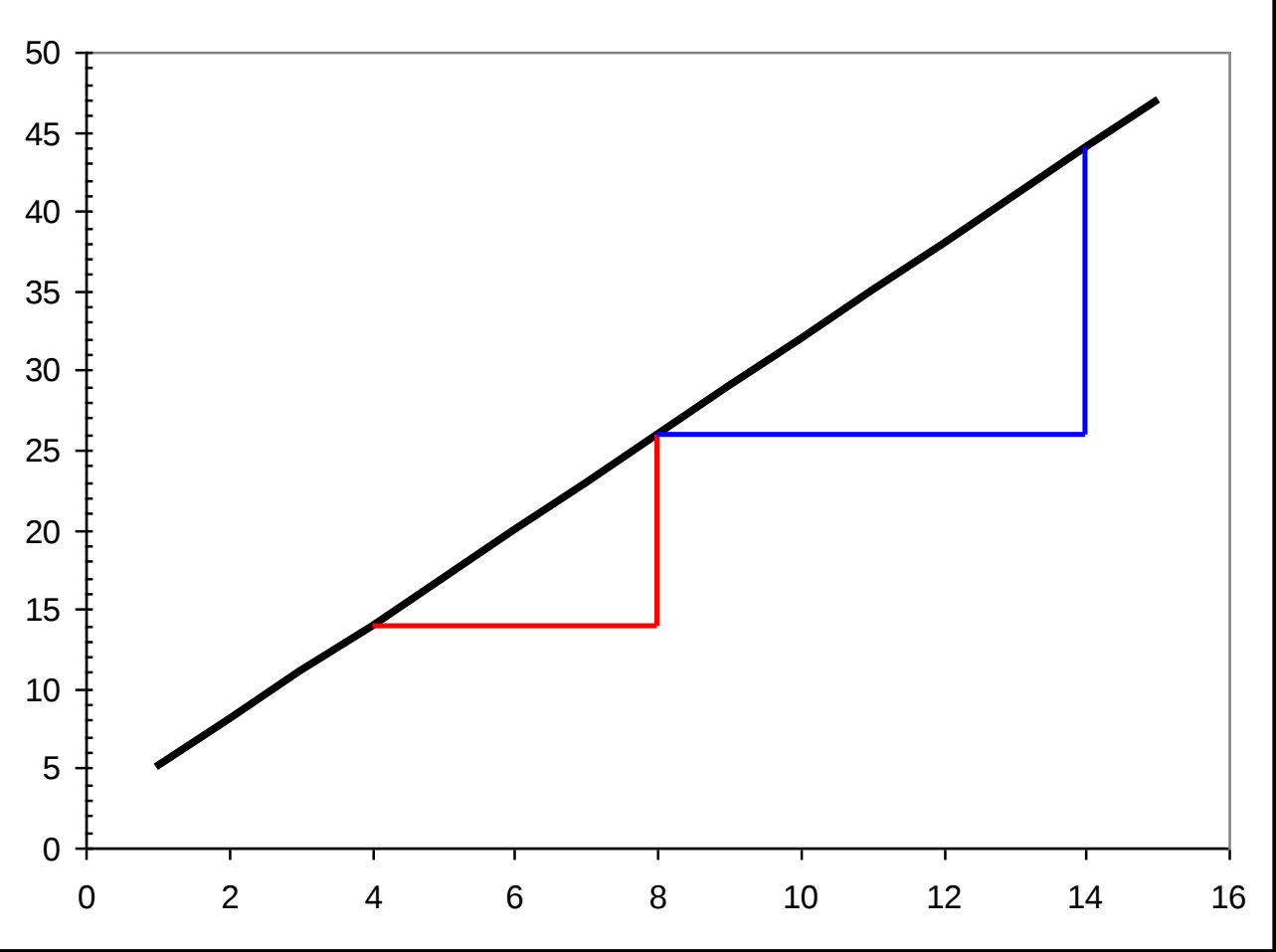




Jaki to wzór?



Najprostszy wykres i wzór



$$y = bx + a$$

$$b_1 = \frac{dy}{dx} = \frac{26 - 14}{8 - 4} = \frac{12}{4} = 3$$

$$b_2 = \frac{dy}{dx} = \frac{44 - 26}{14 - 8} = \frac{18}{6} = 3$$

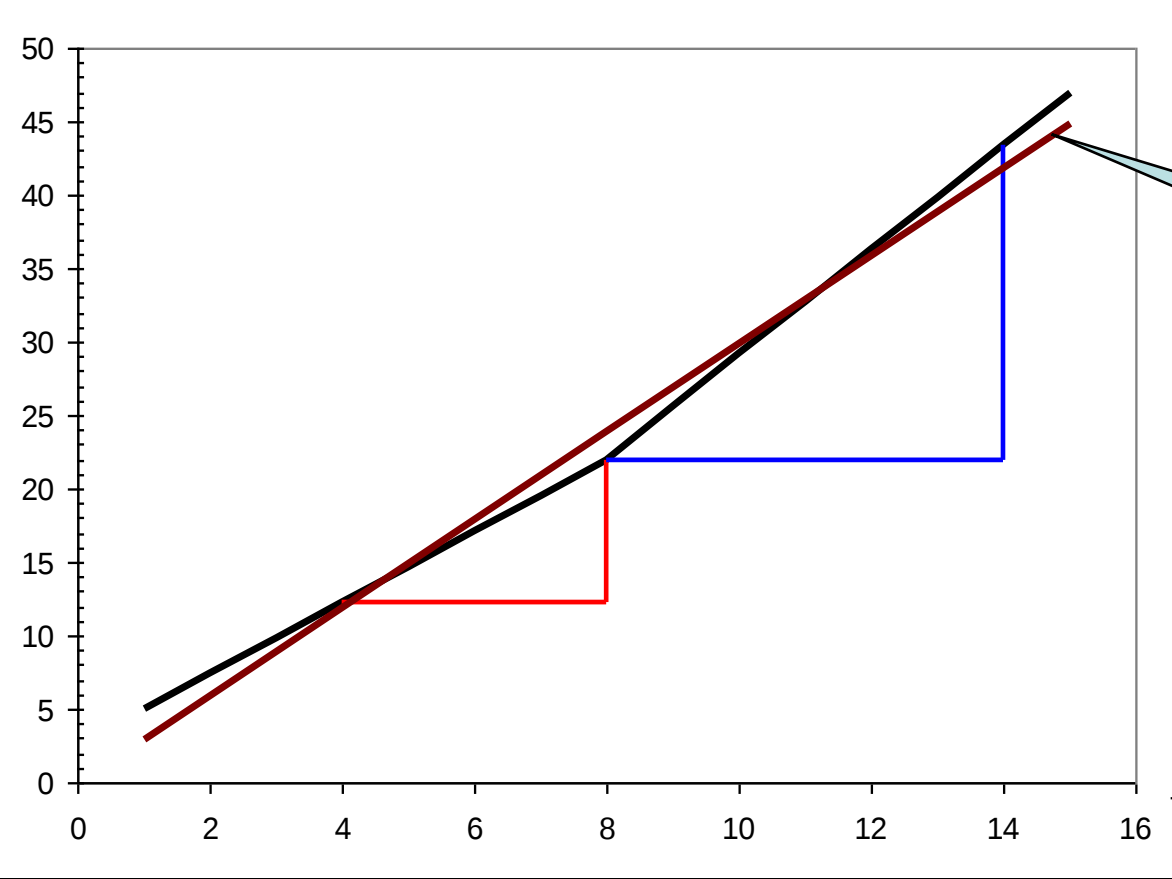
$$a_1 = 14 - 3 \cdot 4 = 2$$

$$a_2 = 26 - 3 \cdot 8 = 2$$

$$a_3 = 44 - 3 \cdot 14 = 2$$

x	y	dx	dy	b
4	14	4	12	3
8	26			
14	44	6	18	3

x	y	b	a
4	14	3	2
8	26	3	2 2
14	44	3	2



Małe wygięcie

Prosta przybliżająca łamaną

Błąd względny wsp. kierunkowego

$$\frac{3,57 - 3,00}{3,00} = \frac{0,57}{3,00} = 0,19 = 19\%$$

$$\frac{2,43 - 3,00}{3,00} = -\frac{0,57}{3,00} = -0,19 = -19\%$$

x	y	dx	dy	b	x	y	b	a
4	12,29	4	9,71	2,43	4	12,29	2,43	0,29
8	22,00				8	22,00		-2,00
14	43,43	6	21,43	3,57	14	43,43	3,57	1,43

$$12,29 - 3 \cdot 4 = 0,29$$

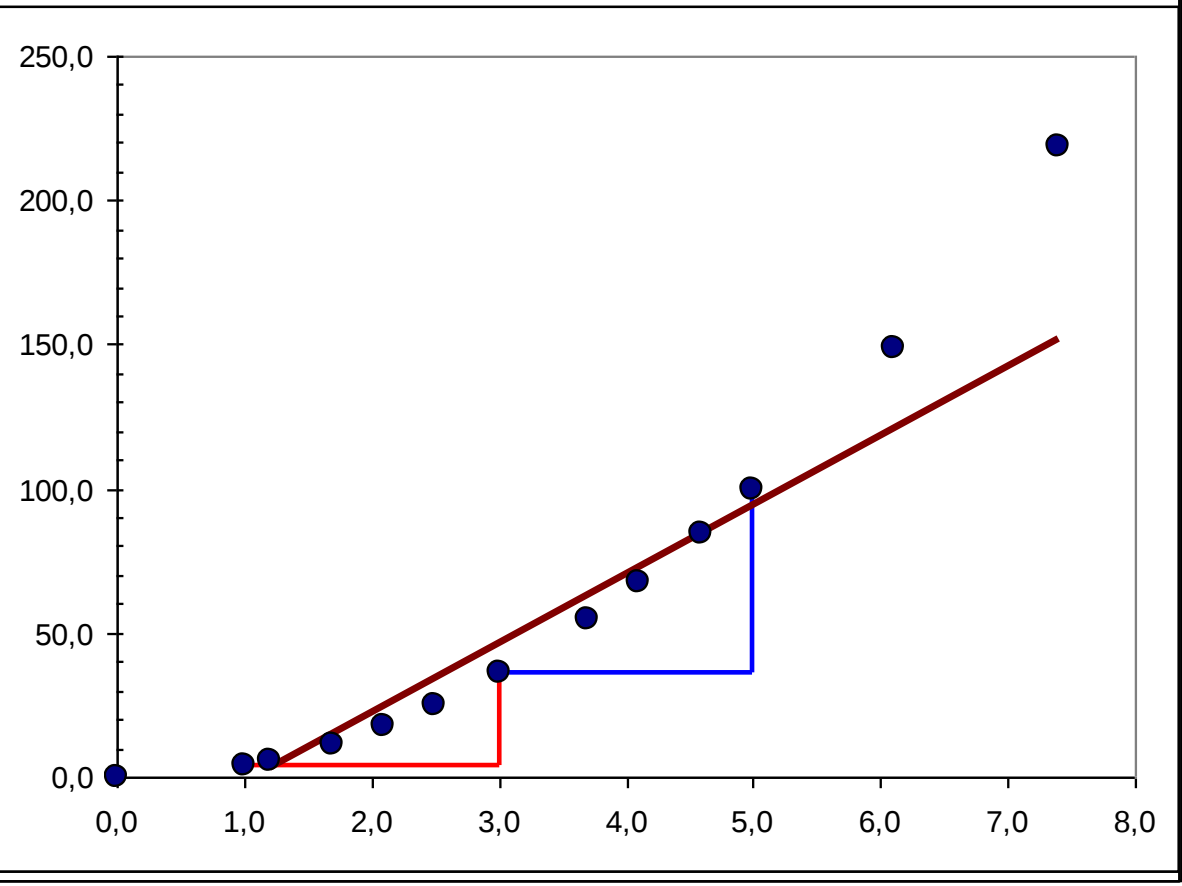
$$22,00 - 3 \cdot 8 = -2,00$$

$$43,43 - 3 \cdot 14 = 1,43$$

3,00

-0,10

kompromis

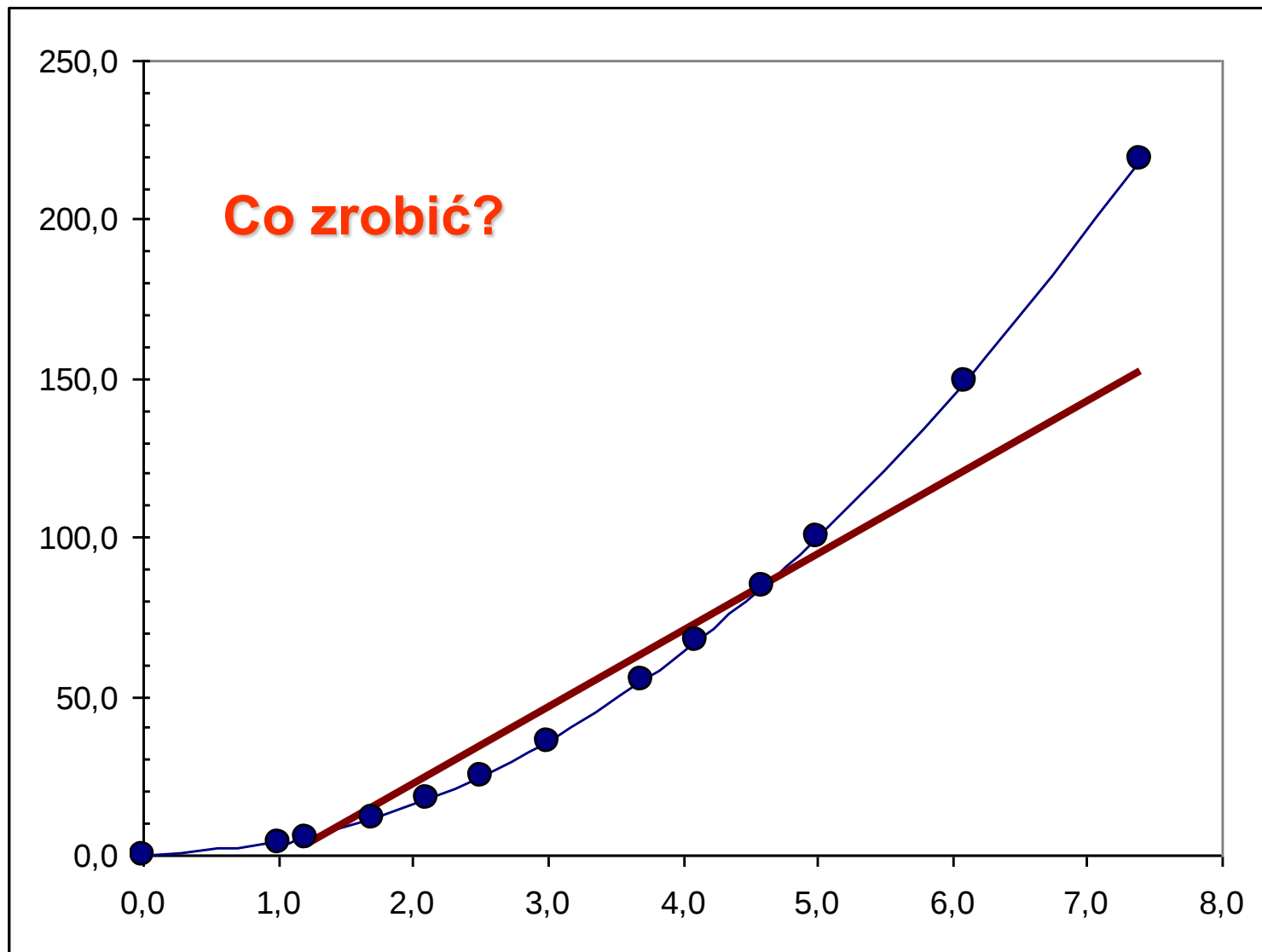


0,0	0,0
1,0	4,0
1,2	5,8
1,7	11,6
2,1	17,6
2,5	25,0
3,0	36,0
3,7	54,8
4,1	67,2
4,6	84,6
5,0	100,0
6,1	148,8
7,4	219,0

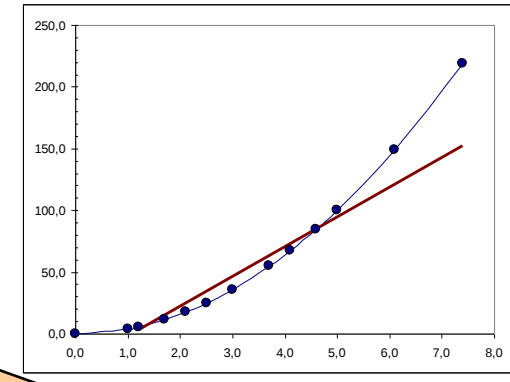
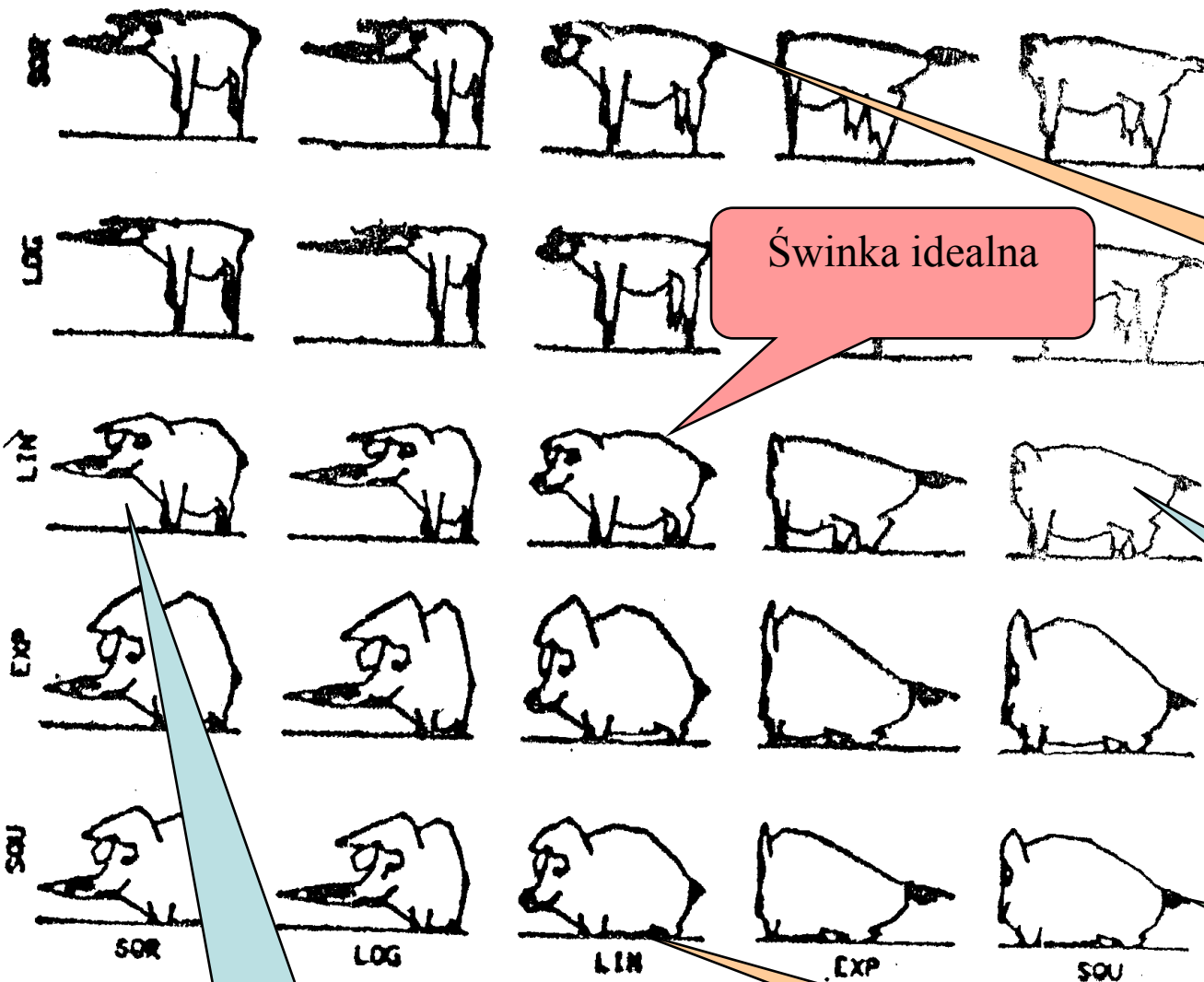
x	y	dx	dy	b	a
1,0	4,0	2,0	32,0	16,00	-20,00
3,0	36,0				
5,0	100,0	2,0	64,0	32,00	-20,00

Błąd względny

$$\frac{32,00 - 24,00}{24,00} = \frac{8,00}{24,00} = 0,33$$



Wyprostować!



Świnka idealna

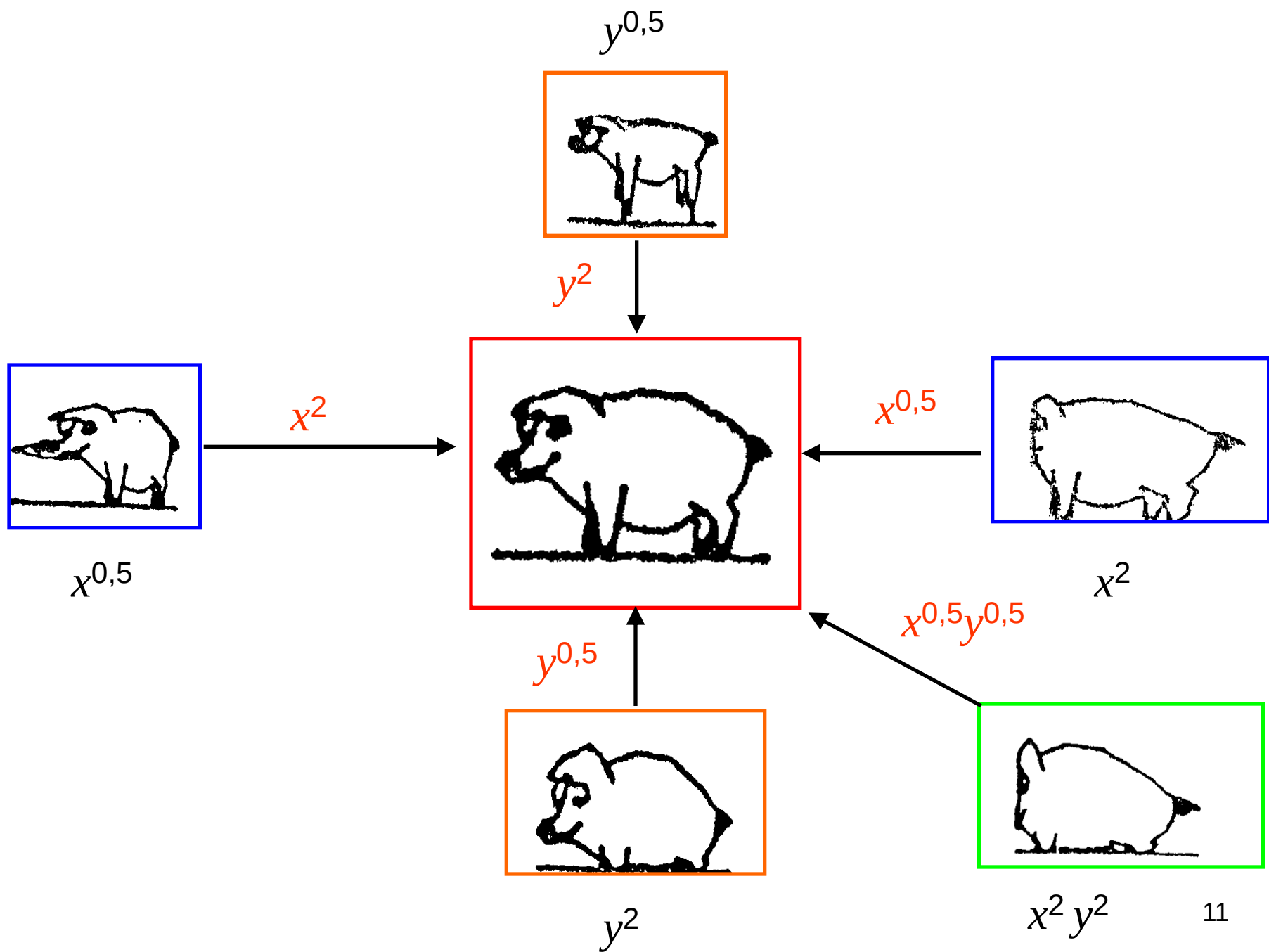
Współrzędne y są
pierwiastkami

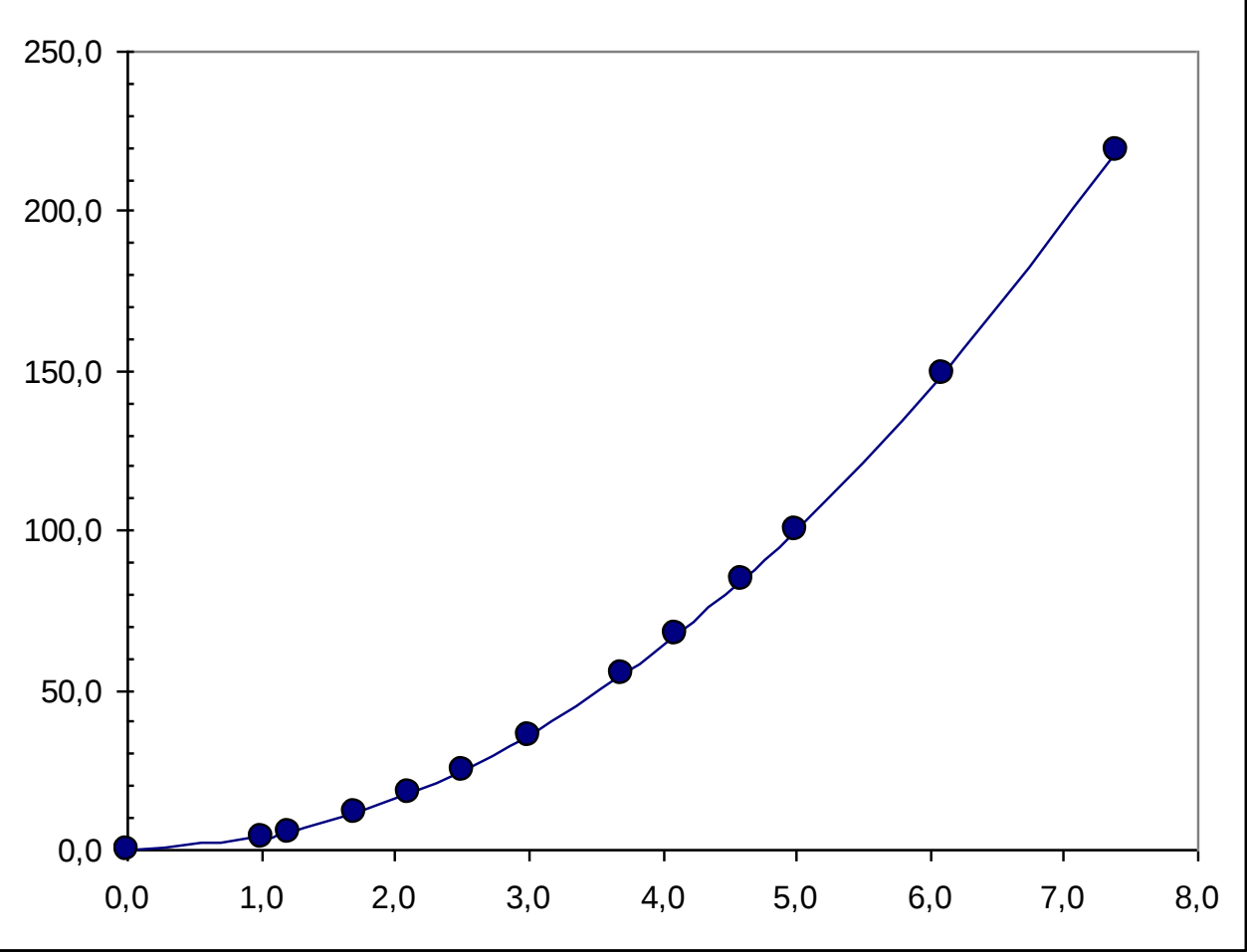
Współrzędne x są
kwadratami

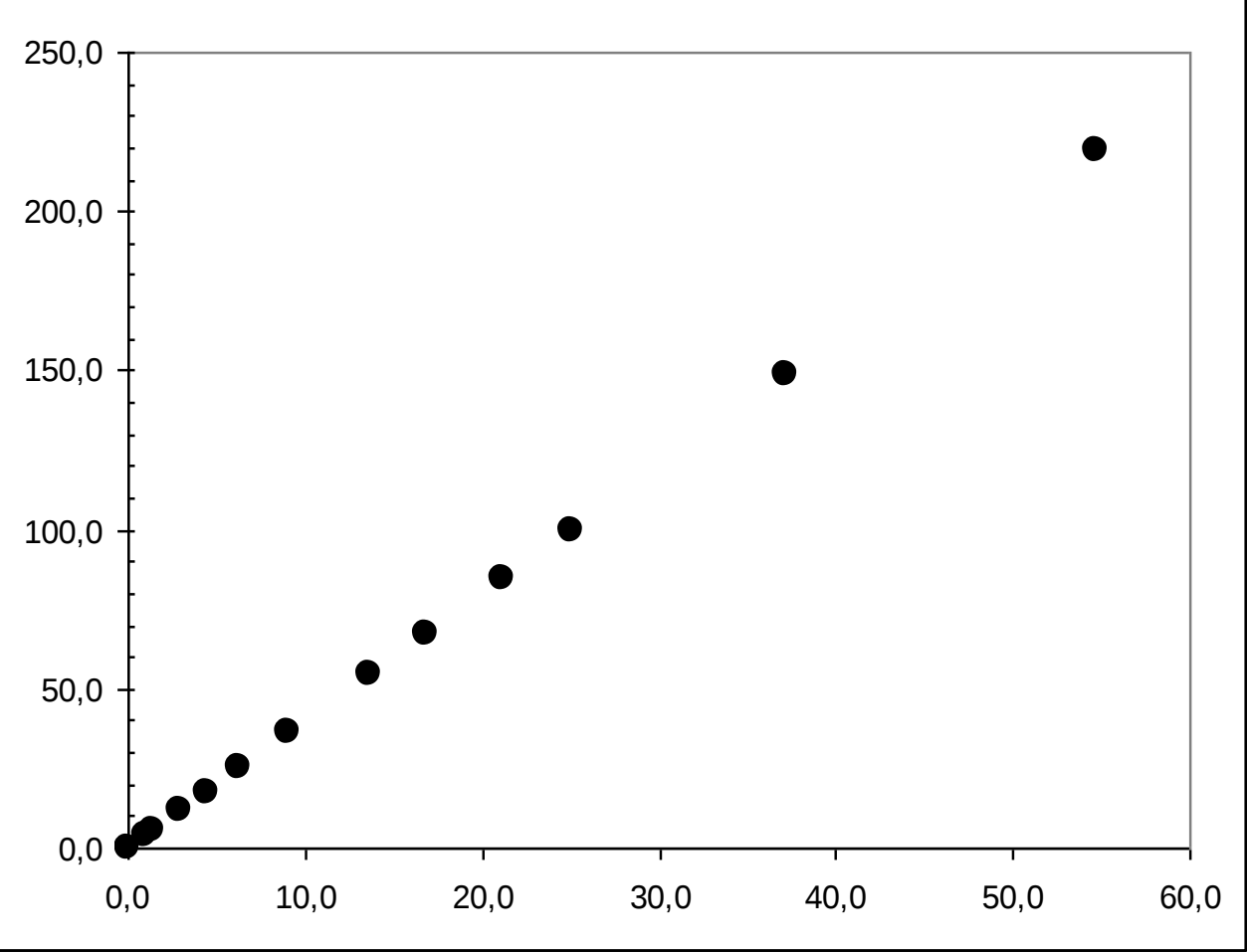
Współrzędne x i y
są kwadratami

Współrzędne x są
pierwiastkami

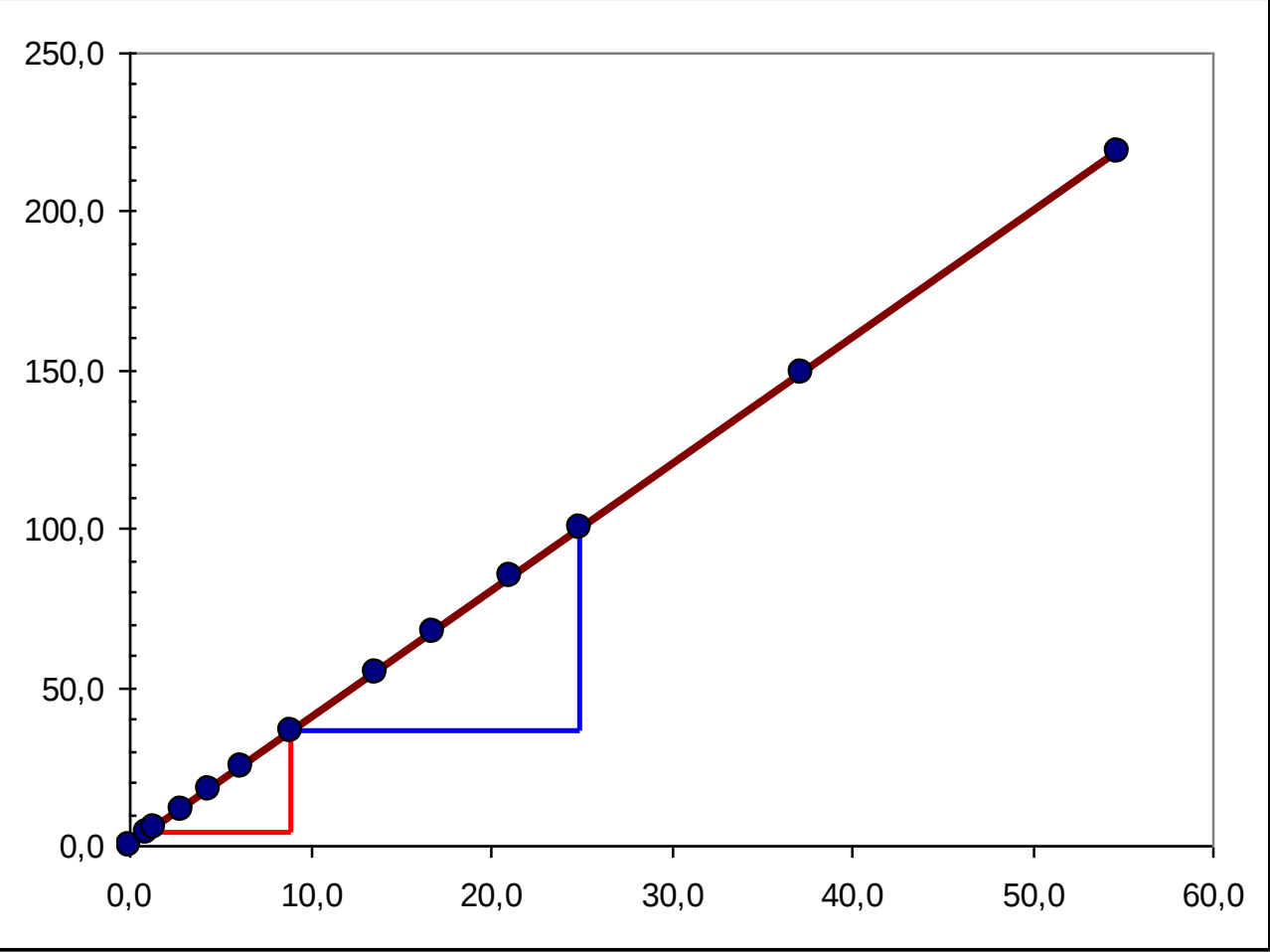
Współrzędne y są
kwadratami







x	x ²	y
0,0	0,0	0,0
1,0	1,0	4,0
1,2	1,4	5,8
1,7	2,9	11,6
2,1	4,4	17,6
2,5	6,3	25,0
3,0	9,0	36,0
3,7	13,7	54,8
4,1	16,8	67,2
4,6	21,2	84,6
5,0	25,0	100,0
6,1	37,2	148,8
7,4	54,8	219,0

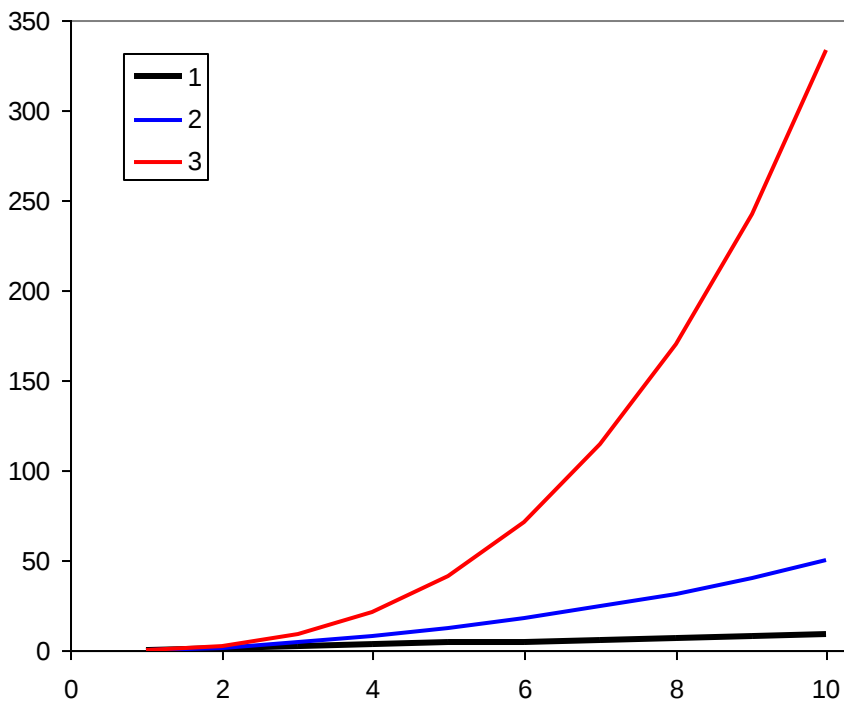


x	x ²	y
0,0	0,0	0,0
1,0	1,0	4,0
1,2	1,4	5,8
1,7	2,9	11,6
2,1	4,4	17,6
2,5	6,3	25,0
3,0	9,0	36,0
3,7	13,7	54,8
4,1	16,8	67,2
4,6	21,2	84,6
5,0	25,0	100,0
6,1	37,2	148,8
7,4	54,8	219,0

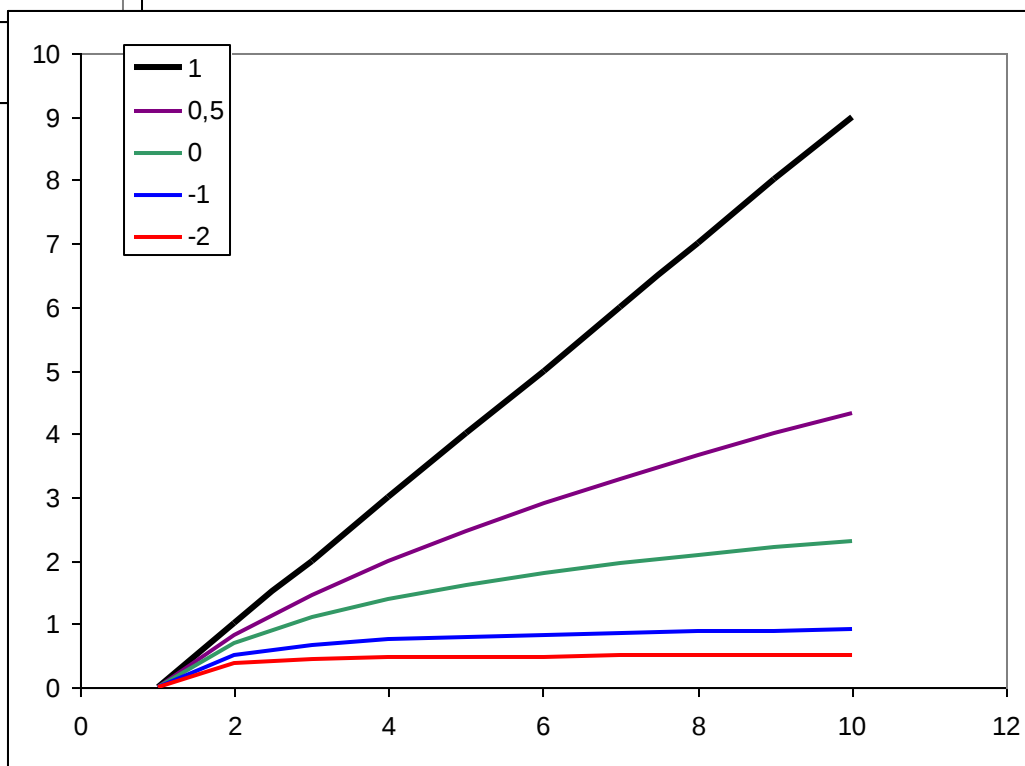
x ²	y	dx	dy	b
1,0	4,0	8,0	32,0	4,00
9,0	36,0			
25,0	100,0	16,0	64,0	4,00

$$y = 4x^2$$

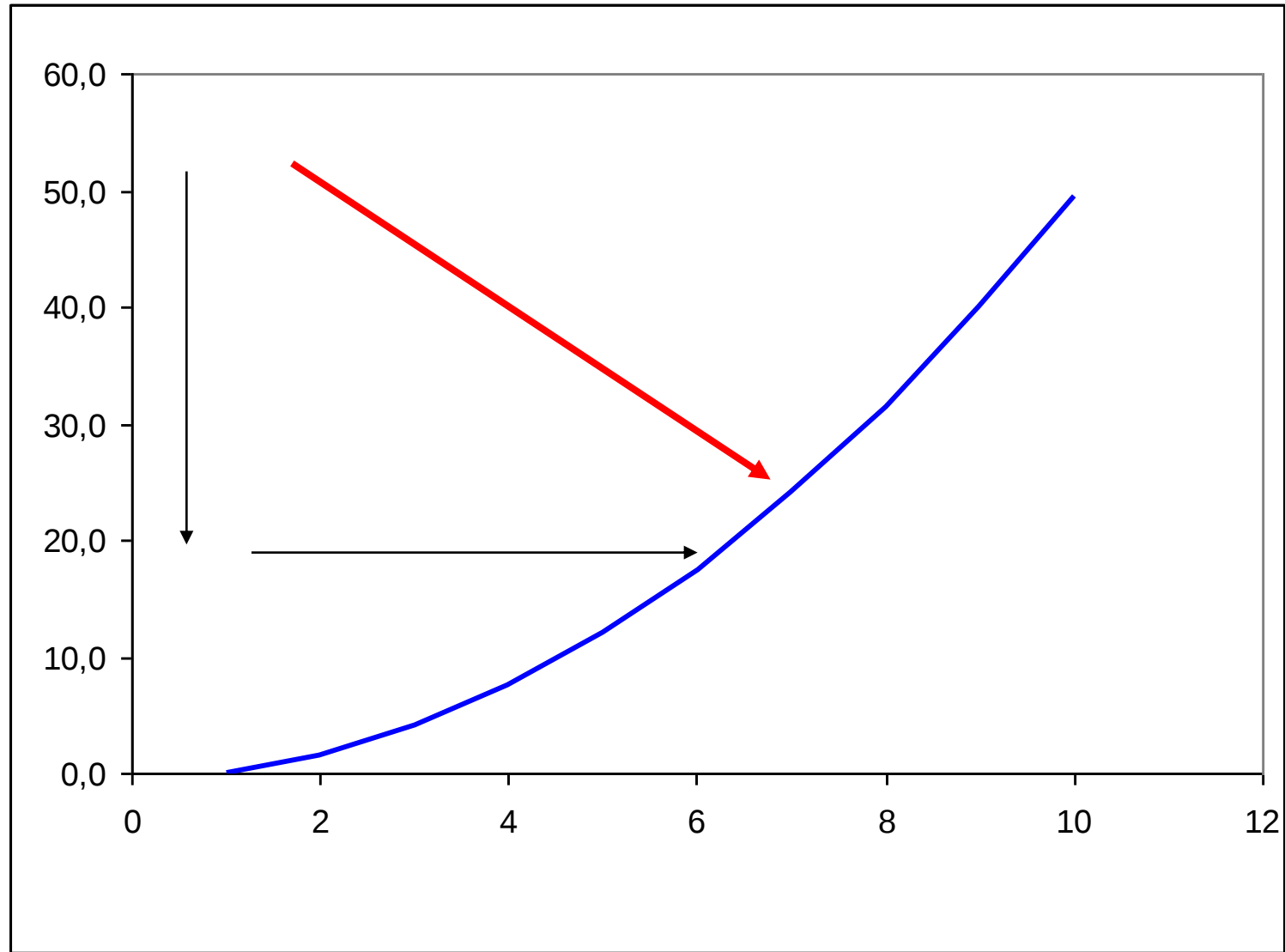
Wygięte funkcje, potęga dodatnia



Wygięte funkcje, potęga ujemna

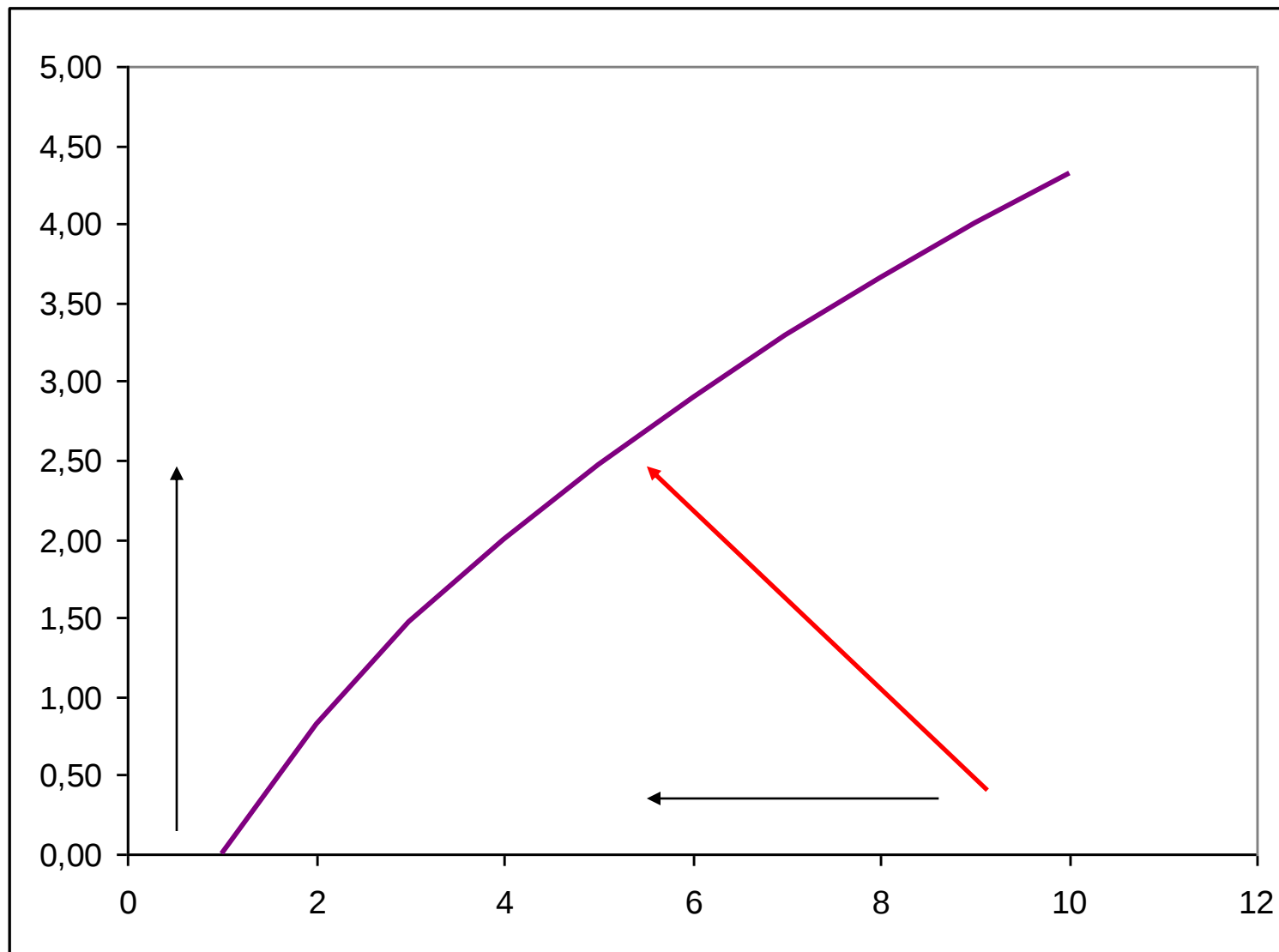


Prostowanie funkcji – metoda strzałki



Zmniejsz potęgę y

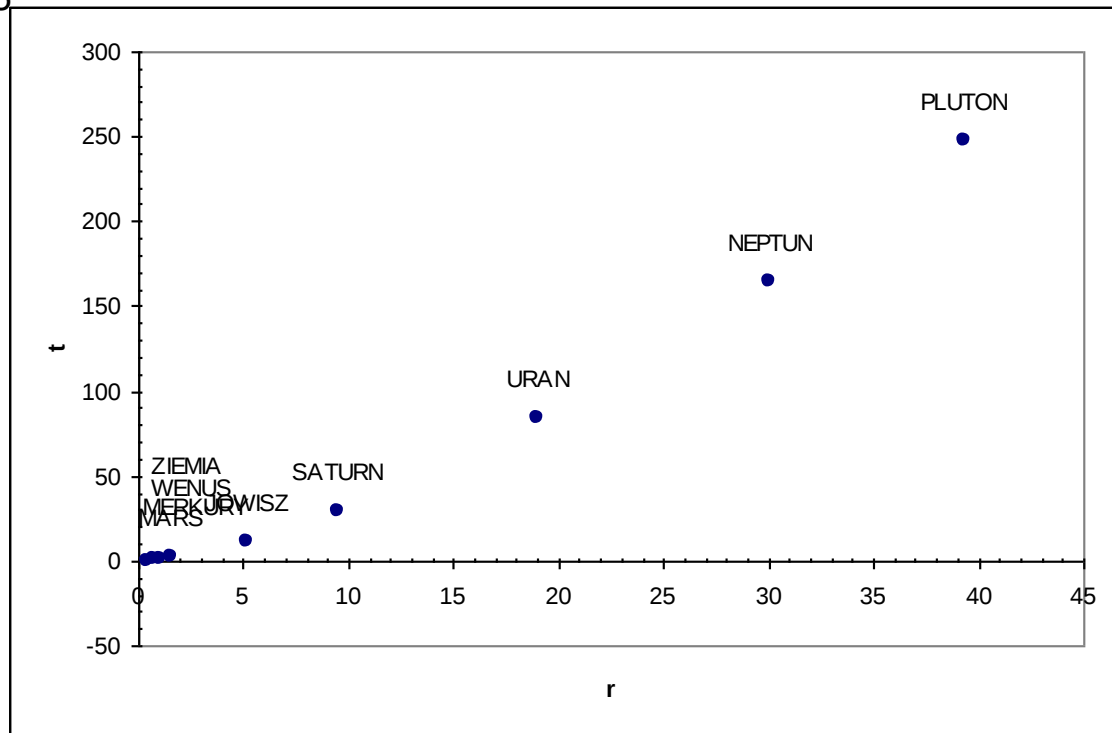
Zwiększ potęgę x



Zwiększ potęgę y

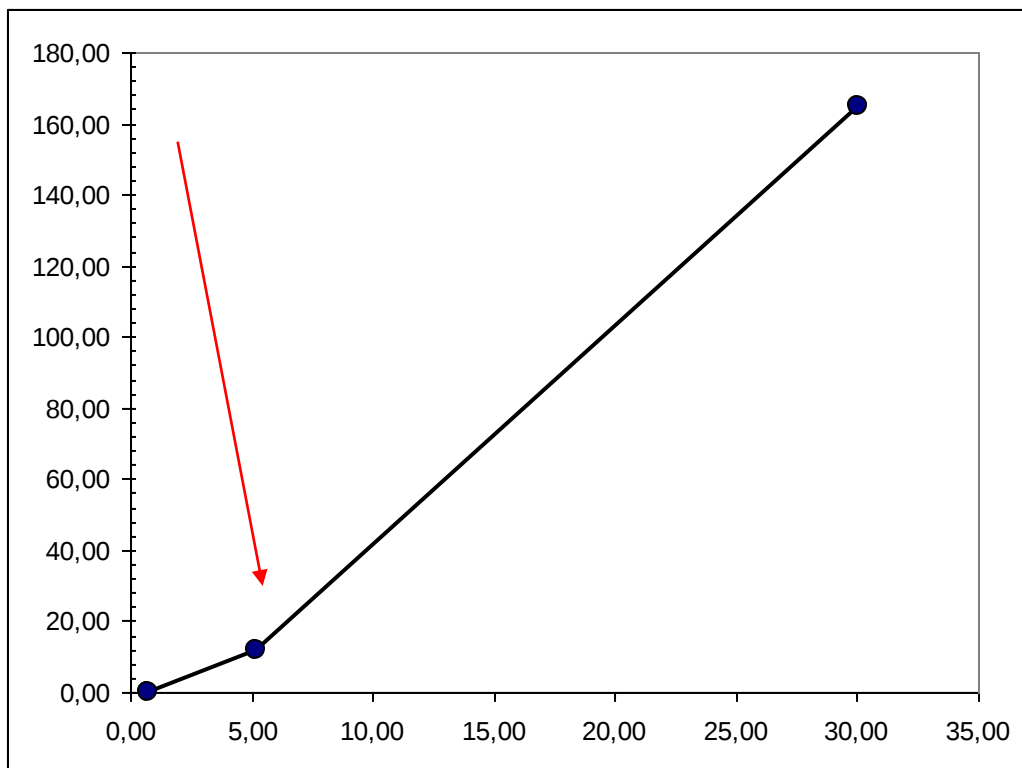
Zmniejsz potęgę x

	Odległość (r)	Rok na planecie (t)
MERKURY	0,39	0,24
WENUS	0,73	0,62
ZIEMIA	1,00	1,00
MARS	1,53	1,88
JOWISZ	5,20	11,87
SATURN	9,54	29,48
URAN	18,98	84,07
NEPTUN	30,01	164,90
PLUTON	39,29	247,85



	r	t
MERKURY	0,39	0,24
WENUS	0,73	0,62
ZIEMIA	1,00	1,00
MARS	1,53	1,88
JOWISZ	5,20	11,87
SATURN	9,54	29,48
URAN	18,98	84,07
NEPTUN	30,01	164,90
PLUTON	39,29	247,85

x	y	dx	dy	b	błąd
0,73	0,24	4,47	11,63	2,60	41%
5,20	11,87			4,38	
30,01	164,90	24,81	153,03	6,17	

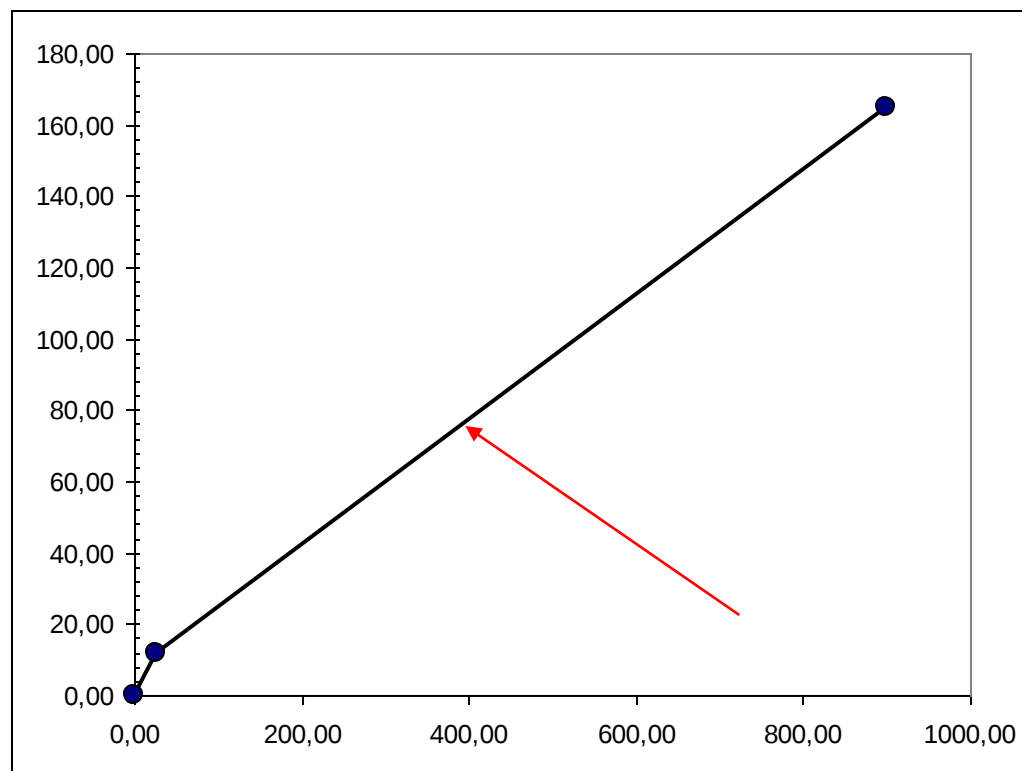


Zwiększ potęgę x

x	y	dx	dy	b	błąd
0,73	0,24	4,47	11,63	2,60	41%
5,20	11,87			4,38	
30,01	164,90	24,81	153,03	6,17	

x^2	y	dx	dy	b	błąd
0,53	0,24	26,55	11,63	0,44	43%
27,08	11,87			0,31	
900,65	164,90	873,57	153,03	0,18	

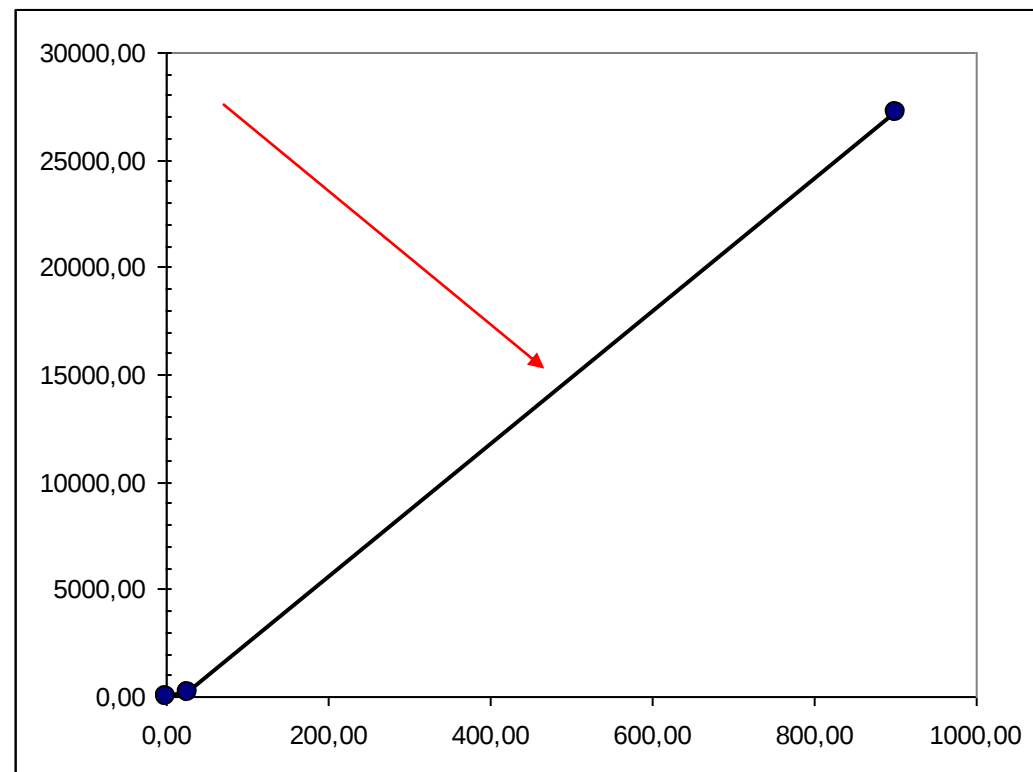
Zwiększ potęgę y



x^2	y	dx	dy	b	błąd
0,53	0,24	26,55	11,6	0,44	43%
27,08	11,87			0,31	
900,65	164,90	873,57	153,0	0,18	

x^2	y^2	dx	dy	b	błąd
0,53	0,06	26,55	140,80	5,30	71%
27,08	140,86			18,13	
900,65	27191,56	873,57	27050,70	30,97	

Zwiększ potęgę x

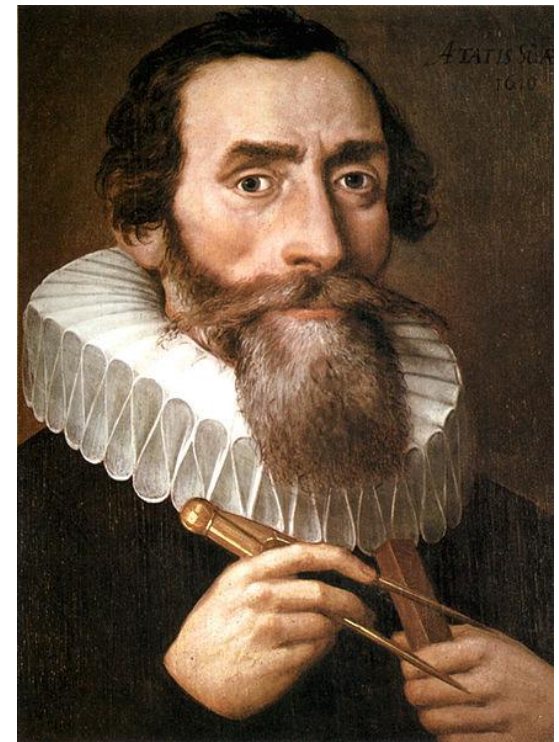


x^2	y^2	dx	dy	b	błąd
0,53	0,06	26,55	140,8	5,30	71%
27,08	140,86			18,13	
900,65	27191,56	873,57	27050,7	30,97	

x^3	y^2	dx	dy	b	błąd
0,39	0,06	140,6	140,8	1,00	0%
140,96	140,86			1,00	
27029,04	27191,56	26888,1	27050,7	1,01	

$$x^3=y^2$$

		r	t			t ² /r ³
1	MERKURY	0,39	0,24	1	MERKURY	1,00
2	WENUS	0,73	0,62	2	WENUS	0,97
3	ZIEMIA	1,00	1,00	3	ZIEMIA	1,00
4	MARS	1,53	1,88	4	MARS	1,00
5	JOWISZ	5,20	11,87	5	JOWISZ	1,00
6	SATURN	9,54	29,48	6	SATURN	1,00
7	URAN	18,98	84,07	7	URAN	1,03
8	NEPTUN	30,01	164,90	8	NEPTUN	1,01
9	PLUTON	39,29	247,85	9	PLUTON	1,01



Johannes Kepler
(1571-1630)

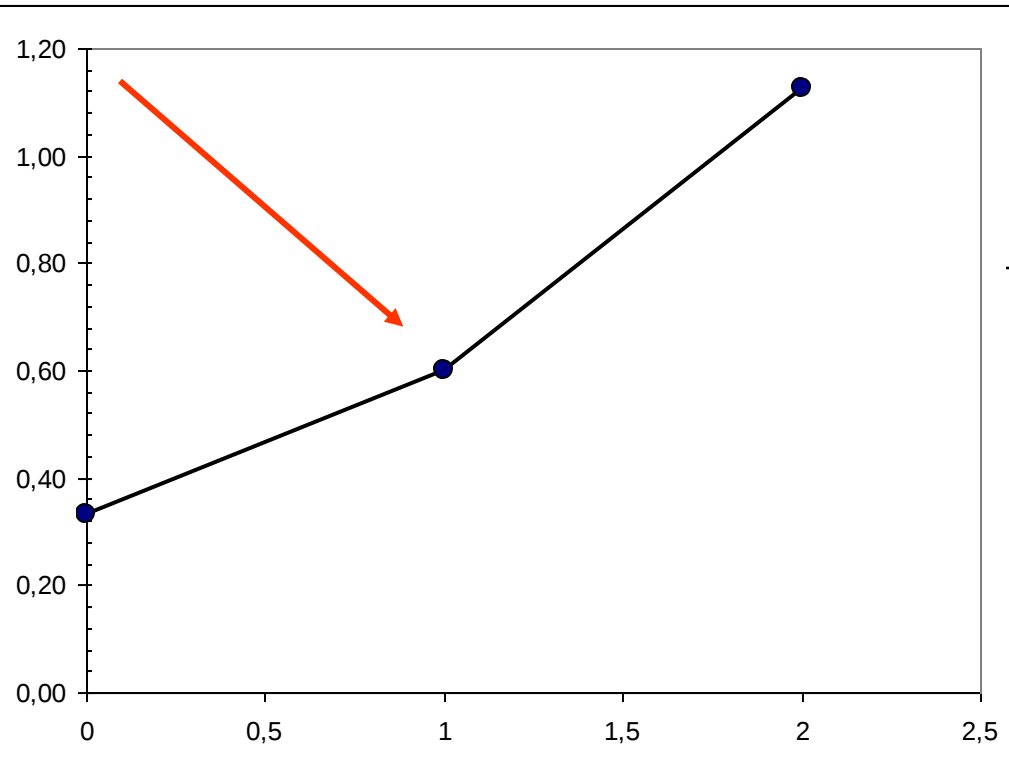
$$r^3 = t^2$$

Trzecie prawo Keplera

Kwadrat okresu obiegu wokół Słońca jest proporcjonalny do sześciangu odległości od Słońca.

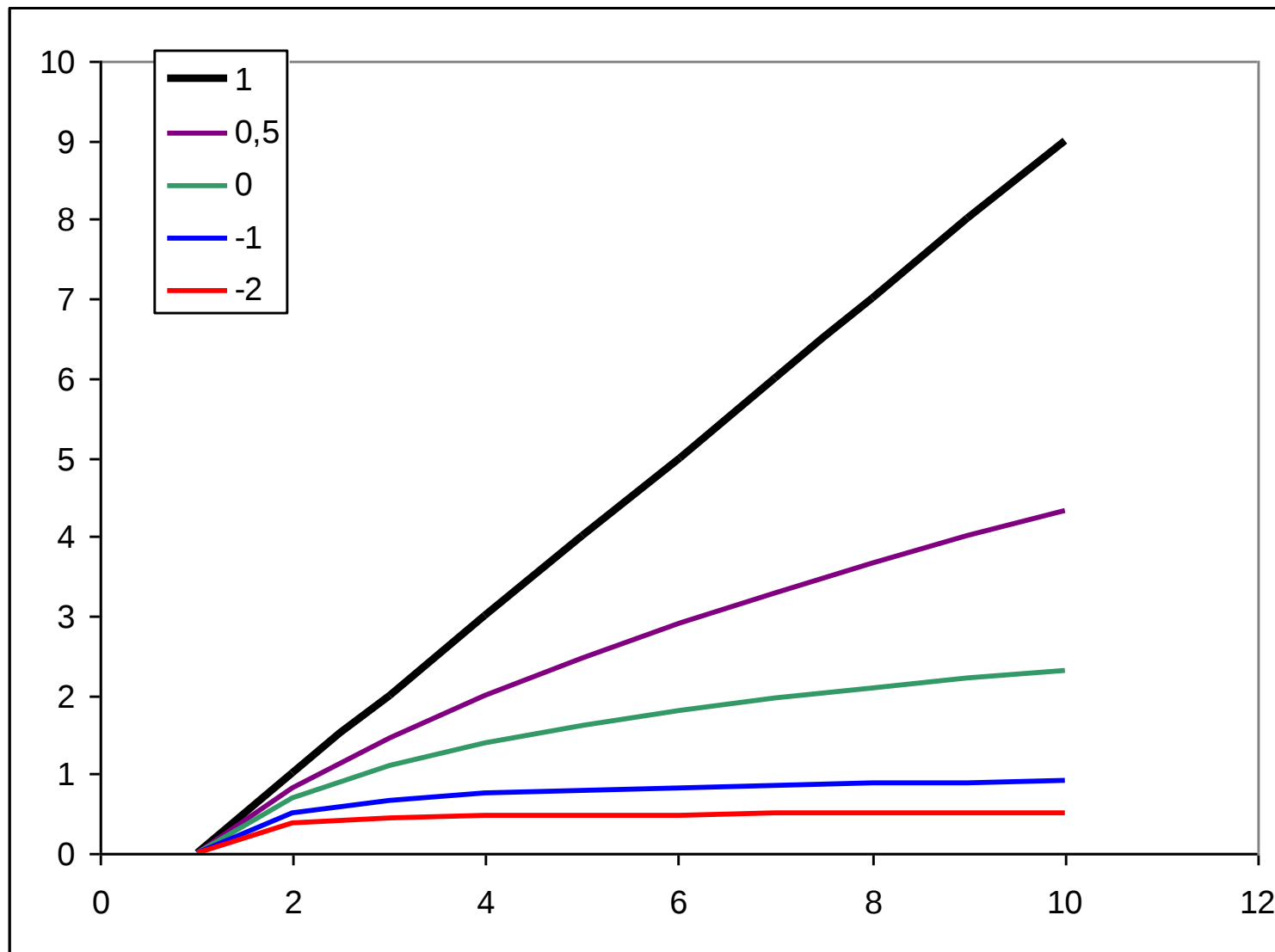
		odległość
0	MERKURY	0,39
1	WENUS	0,73
2	ZIEMIA	1,00
2	MARS	1,53

		Odległość-0,4
0	WENUS	0,33
1	ZIEMIA	0,60
2	MARS	1,13



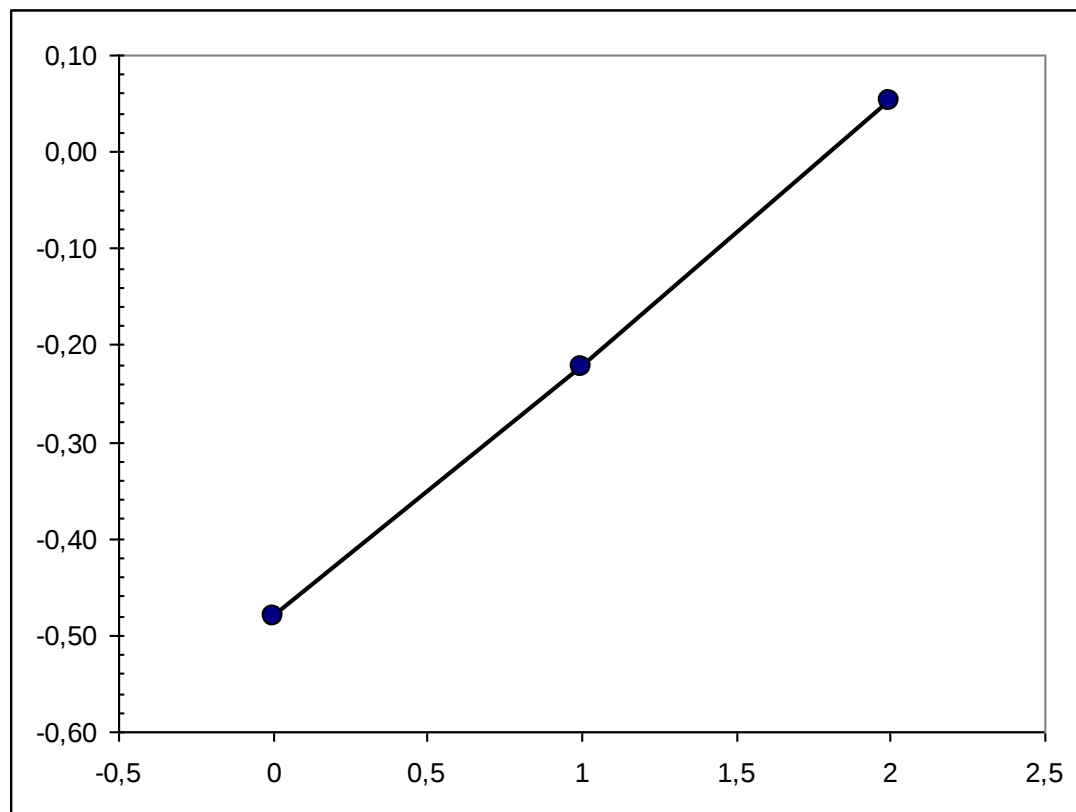
x	y	dx	dy	b	błąd
0	0,33	1,0	0,27	0,27	32%
1	0,60			0,40	
2	1,13	1,0	0,53	0,53	

Zmniejsz potęgę y



Potęga 0 odpowiada funkcji logarytm

x	log(y)	dx	dy	b	błąd
0	-0,48	1,0	0,258	0,258	3%
1	-0,22			0,266	
2	0,05	1,0	0,274	0,274	



x	log(y)	b	a
0	-0,48	0,258	-0,480
1	-0,22	0,266	-0,488 -0,483
2	0,05	0,274	-0,480

		Odległość-0,4				
			x	log(y)	b	a
0	WENUS	0,33	0	-0,48	0,258	-0,480
1	ZIEMIA	0,60	1	-0,22	0,266	-0,488 -0,483
2	MARS	1,13	2	0,05	0,274	-0,480

$$\log(y) = -0,483 + 0,266 * x$$

$$y = 10^{-0,483+0,266*x}$$

$$y = 0,329 * 1,845^x$$

Prosty wzór: $y = 0,3 * 2^x$

x	y	prosty wzór	błąd
0	0,33	0,3	-9%
1	0,60	0,6	0%
2	1,13	1,2	6%

		odległość	
	MERKURY	0,39	0,40
0	WENUS	0,73	0,70
1	ZIEMIA	1,00	1,00
2	MARS	1,53	1,60



Johann Daniel Titius (1766)



Johann Elert Bode (1772)

Prawo Titiusa-Bodego

$$r_n = 0,4 + 0,3 * 2^n$$

Uran (1781)

Neptun (1781)

Ceres (1801)

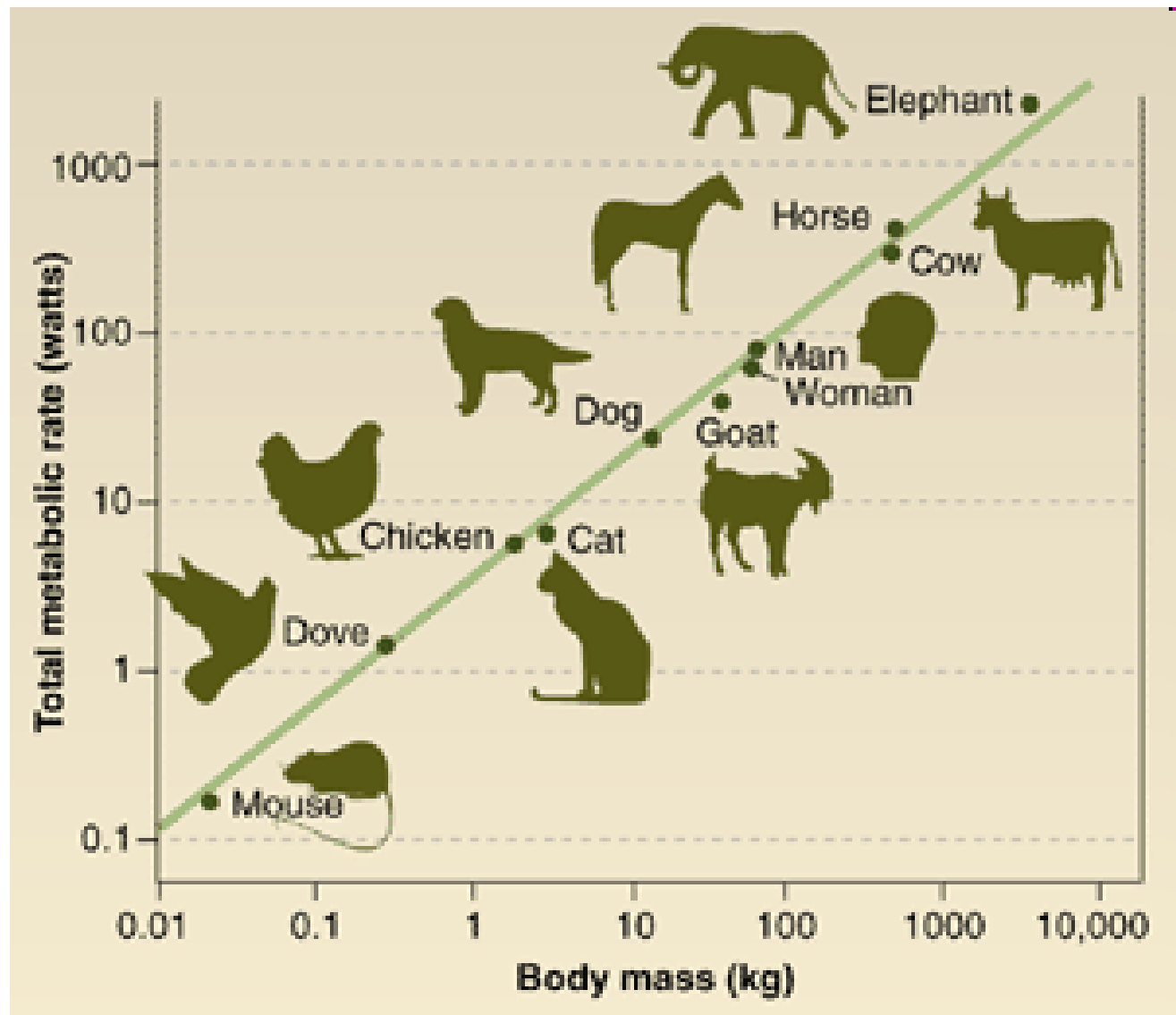
Pluton (1930)

M. M. Nieto, *The Titius-Bode law of planetary distances: its history and theory*, Pergamon

The Titius-Bode law and a quantum-like description of the Planetary Systems
Scardigli, F Imprint CERN
11 Jul 2005. - 19 p.

		odległość	T-B
	MERKURY	0,39	0,40
0	WENUS	0,73	0,70
1	ZIEMIA	1,00	1,00
2	MARS	1,53	1,60
3	CERES	2,77	2,80
4	JOWISZ	5,20	5,20
5	SATURN	9,54	10,00
6	URAN	18,98	19,60
7	NEPTUN	30,01	38,80
8	PLUTON	39,29	77,20





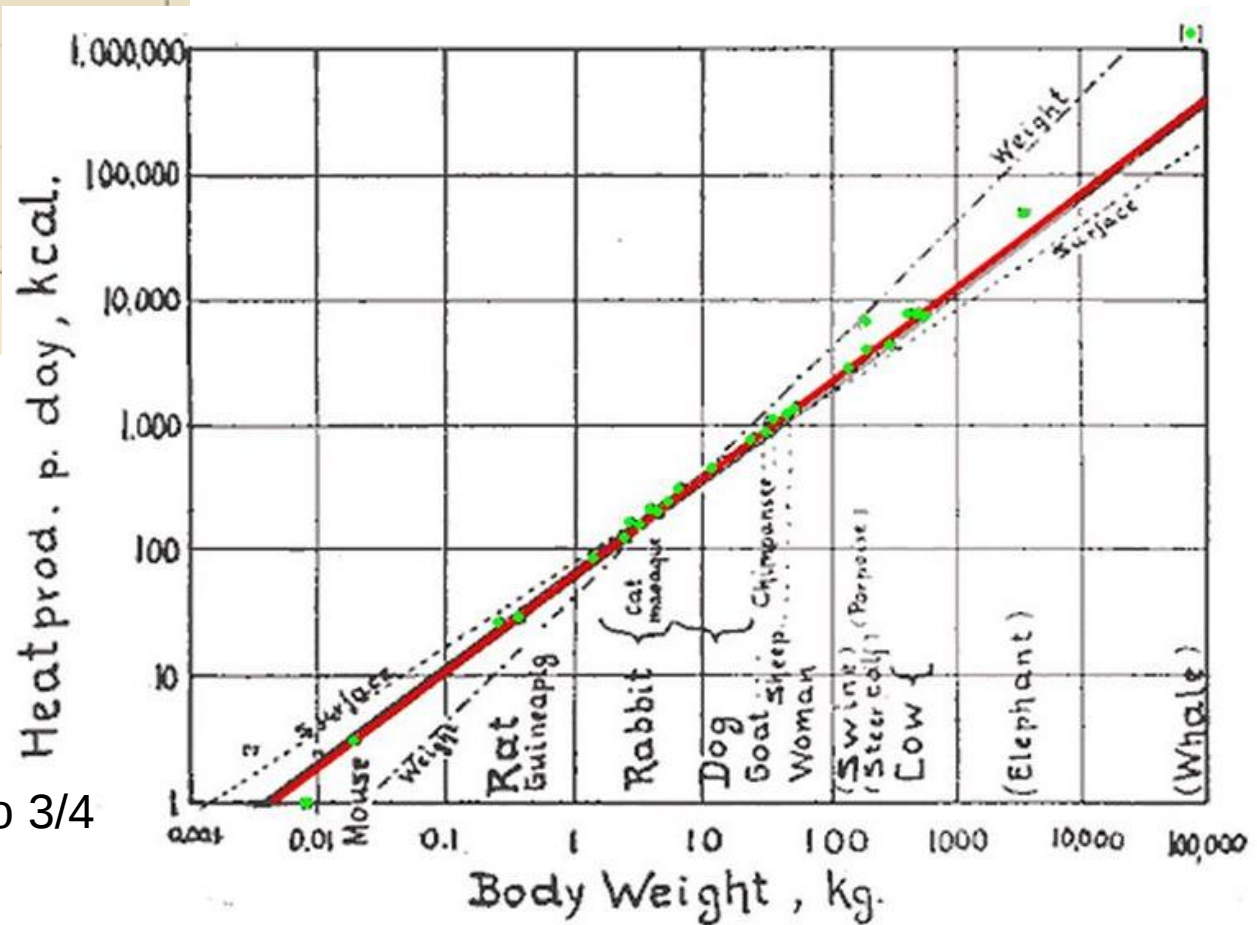
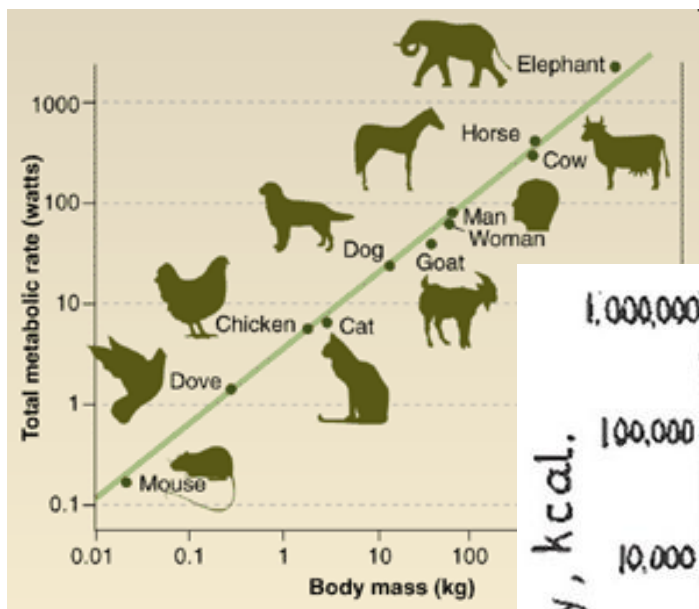
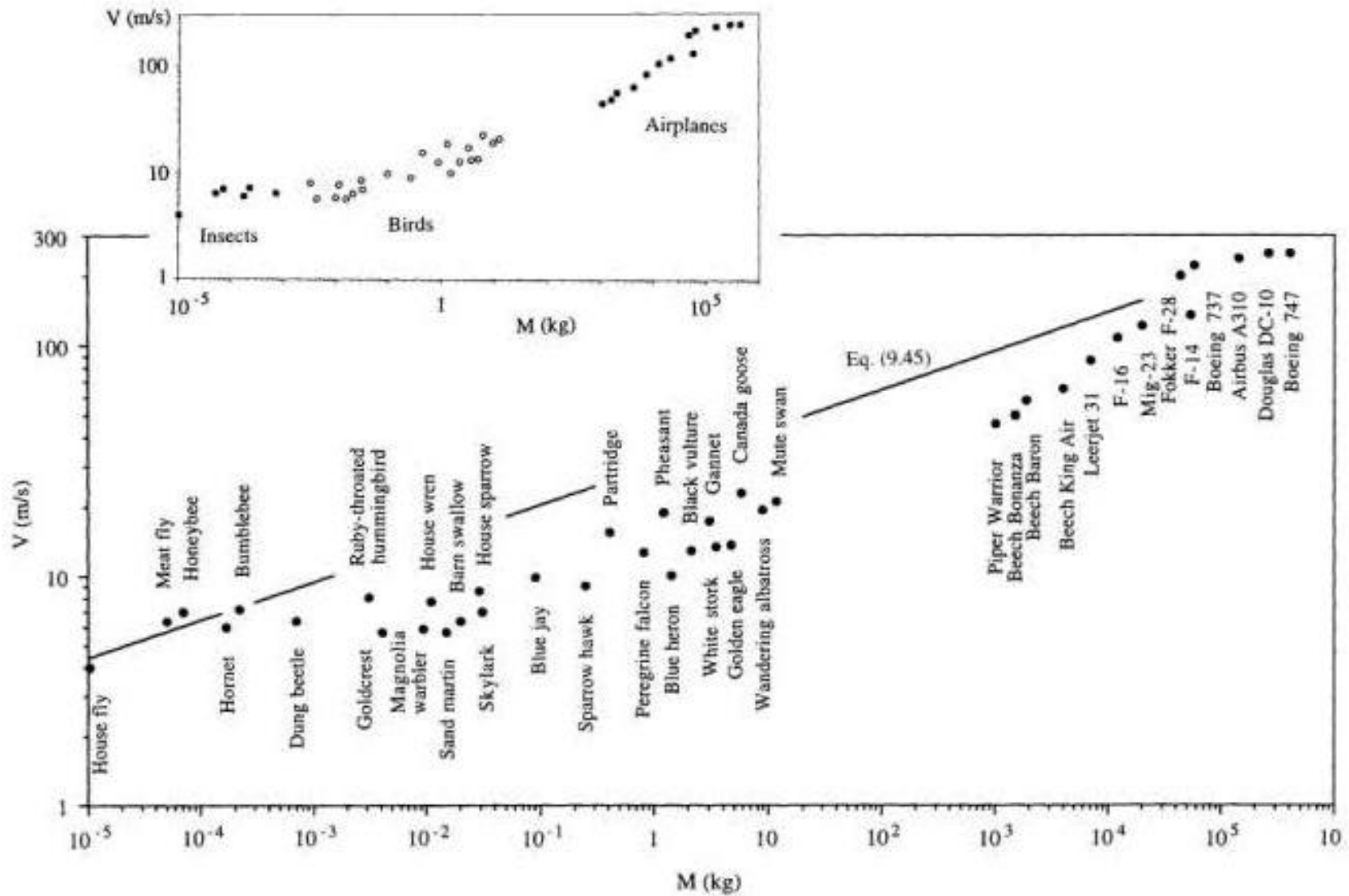


Fig. 1. Log. metabol. rate/log body weight

Kleiber (1947) – prawo 3/4

Rośliny – wykładnik 1



$$V_{opt} = 30 \sqrt[6]{M} [m / sek]$$