Temat 1. Z punktu widzenia teorii sterowania, zasady maksimum Pontriagina, najciekawszymi zagadnieniami z obszaru zarządzania łańcuchem dostaw wydają się być zagadnienia dotyczące maksymalizowania zysku (minimalizowania straty). W najprostszym przypadku zakładamy, że poziom magazynowy danego towaru $I(t)$ zmienia się w czasie zgodnie z deterministycznym rówaniem różniczkowym:

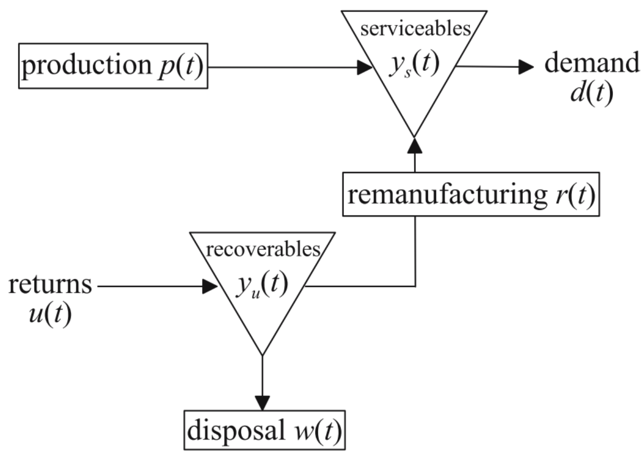
$$I'(t) = p(t) - d(t), \tag{1}$$

gdzie $p(t)$ i $d(t)$ oznaczają odpowiednio intensywność produkcji i popyt w momencie t. Produkcja $p(t)$ jest sterowaniem, zaś popyt $d(t)$ deterministyczną funkcją. Można zakładać, że czas dostawy towaru od producenta τ jest niezerowy, co zmienia rrz (1) następująco:

$$I'(t) = p(t - \tau) - d(t).$$

To co wydaje się być najbardziej interesujące z naszego punktu widzenia to włączenie do inwentarza części odświeżonych, czyli takich które uległy zepsuciu po zakupie, zostały oddane do serwisu przez klienta i poddane naprawie (która niekoniecznie jest zakończona powodzeniem). W takim przypadku mamy dwa rodzaje inwentarza, a schemat zależności wygląda jak na poniższym rysunku (źródło: *Dynamic Inventory Management in Reverse Logic, R. Kleber, Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems 574, 2006*). Części pochodzące ze zwrotów, $u(t)$, są oznaczane jako

Rysunek 1: Zależności pomiędzy zmiennymi



części przeznaczone do naprawy, $y_s(t)$, a następnie:

- naprawiane z intensywnością $r(t)$,
- lub utylizowane z intensywnością $w(t)$.

Podsumowując, dynamika y_s i y_u opisywana jest przez układ równań:

$$\begin{aligned} y_s'(t) &= p(t) + r(t) - d(t), \\ y_u'(t) &= u(t) - r(t) - w(t). \end{aligned}$$

Celem jest znalezienie optymalnego sterowania $(p(t), r(t), w(t))$ które minimalizuje koszty, czyli

$$\min_{(p,r,w)} \int_0^T e^{-\lambda t} \, F(p(t), r(t), w(t), y_s(t), y_u(t)) \, dt,$$

gdzie λ to czynnik dyskontujący, a F jest funkcją opisującą koszty produkcji, naprawy, utylizacji, oraz przechowywania dwóch typów towarów.

Temat 2. Temat drugi nastawiony jest na praktyczną analizę, zawiera elementy prawdopodobieństwa oraz część obliczeniową. Problem związany jest z określeniem poprawnej wartości *safety stock*, czyli poziomu inwentarza który amortyzuje zmienność popytu zachowując przy tym odpowiedni poziom obsługi klienta. W książce *S.Axsater „Inventory Control”*, jest opisany kontekst i bazowy sposób oblicznia wartości *safety stock* (rozdział 5.3, 5.15).

Przykładowo, przy założeniu że popyt w ramach jednego okresu ma rozkład normalny o średniej 20 i odchyleniu standardowym 10, trzymanie 20 jednostek towaru daje nam tylko 50% szans na to, iż w danym cyklu zaspokoimy całe zapotrzebowanie. W związku z tym, nasz poziom obsługi klienta (Cycle Service Level) wynosi 50%. W praktyce używa się czterech podstawowych metryk do mierzenia poziomu obsługi:

- Cycle Service Level,
- Cost per Stockout Event,
- Item Fill Rate,
- Cost per Item Short.

Dokładny opis metryk będzie podany na żądanie.

Do dokładnego określania wartości *buffer stock* potrzebujemy m.in. określenia wariancji popytu w okresie LT (lead time), gdzie LT (w kontekście potencjalnej pracy) jest zmienną losową opisującą długość czasu dostawy towarów od producenta. Matematyczna formuła, która opisuje tę wariancję jest znana i wygląda następująco:

$$var(D) = var(D_1 + \cdots + D_{LT}) = var(D_i) * E(LT) + var(LT) * (E(D_i))^2,$$

gdzie D oznacza popyt w okresie o długości LT, D_i oznacza popyt w jednostce czasu w której wyrażony jest LT, a suma po pierwszym znaku równości składa się z losowej ilości składników.

Celem pracy jest włączenie zmienności LT do obliczeń *safety stock'u* przy kilku różnych założeniach dotyczących rozkładu zmiennej LT (rozkład normalny, rozkład trójkątny, itd) oraz różnych metryk opisujących poziom obsługi. Dodatkowo wymagane są oblicznia porównawcze na danych.