Metody teorii miary i równań różniczkowych cząstkowych w zagadnieniach optymalizacji kształtu i transportu masy

lektura monograficzna

prowadzący: **Piotr Rybka**

Czas: semestr letni roku akad. 2017/8

Wymagania wstępne: RRCz I

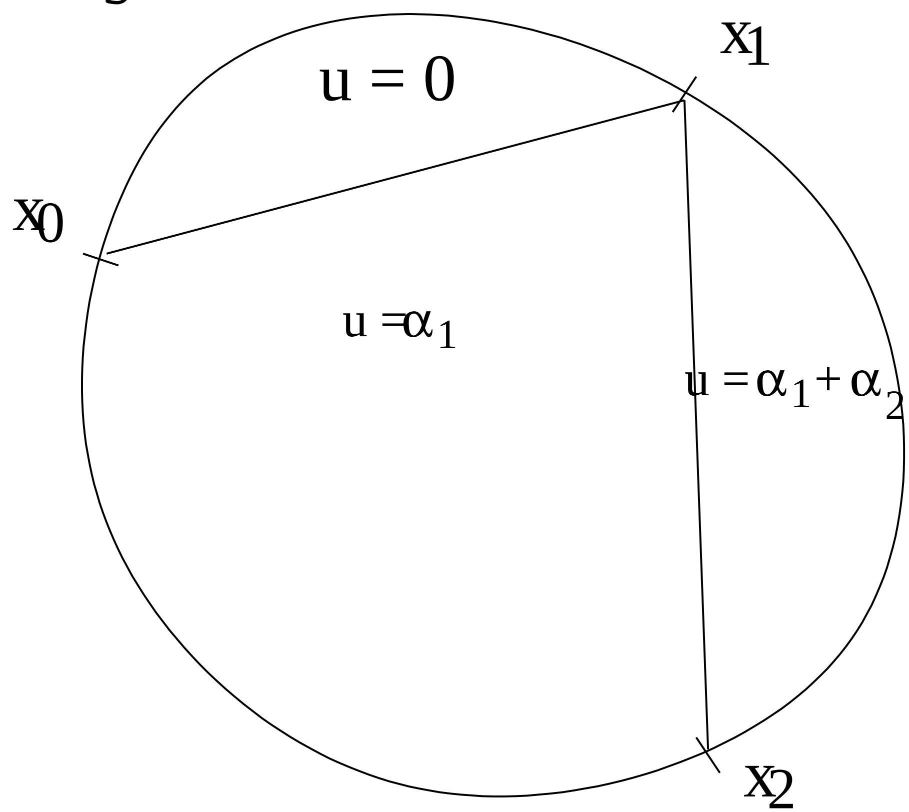
Wykład jest przeznaczony dla zainteresowanych równaniami różniczkowymi i zastosowaniami teorii miary.

Chcę przedstawić klasyczne zagadnienia optymalizacji kształtu i transportu masy.

Najprostsze zagadnienie optymalizacji kształtu można przedstawić nastepująco: znaleźć taki rozkład materiału, opisywany tensorem naprężeń ζ, w obszarze projektowym Ω, aby ciało pozostawało w równowadze, to jest div$\zeta = 0$ w Ω przy warunkach brzegowych $\zeta \cdot \nu = g$, aby użyć go jak najmniej. Tutaj, $\Omega \subset \mathbb{R}^2$ i $\zeta : \Omega \to \mathbb{R}^2$. Zagadnienie minimalizacyjne to

$$\int_\Omega |\zeta|.$$

Przykładowe rozwiązanie, gdy g jest sumą trzech miar o znikającej całce na brzegu to



Zagadnienie optymalnego transportu masy zostało sformułowane przez Monge'a już w XVIII wieku. Można wysłowić je następująco: jak najtaniej przewieść ziemię z wykopu na hałdę?

Oba wspomniane zagadnienia łączy metoda postępowania: szukamy rozwiązań porządnych zagadnień takich jak

$$\min\{\int_\Omega |\nabla u|^p \, dx : \ u \in W^{1,p}(\Omega), \ u \text{ spełnia warunki brzegowe}\}.$$

A mając je, tj. u_p, przechodzimy do granicy, gdy $p \to 1$.