

KLASÓWKA
grupa I, 30 maja 2000

1. (15 pkt) Rzucamy kolejno symetryczną monetą dopóki nie wyrzucimy orła, ale nie więcej niż 4 razy. Oznaczmy przez X ilość wykonanych rzutów. Znajdź rozkład X , wartość średnią i wariancję X .
2. (10 pkt) Zdarzenia $A \cup B, C$ są niezależne. Udowodnij, że wówczas zdarzenia A, B, C są niezależne wtedy i tylko wtedy gdy są parami niezależne.
3. (20 pkt) Wieloletnie statystyki wykazują, że 30% spotkań ligowych we Francji kończy się remisami. W jednej kolejce odbywa się 9 spotkań. Zakładając, że wszystkie mecze się odbywają niezależnie i w każdym prawdopodobieństwo remisu jest 0.3 oblicz wartość oczekiwaną, wariancję i najbardziej prawdopodobną wartość liczby remisów w jednej kolejce. Jakie jest prawdopodobieństwo, że więcej niż jedno spotkanie zakończy się remisem?
4. (15 pkt) Rzucamy trzy razy monetą, a następnie kostką tyle razy ile wypadło orłów. Oblicz prawdopodobieństwo tego, że
 - a) wyrzucimy conajmniej jedną szóstkę
 - b) wyrzuciliśmy same orły, jeśli wiadomo, że wyrzuciliśmy conajmniej jedną szóstkę.
5. (20 pkt) Ze zbioru $\{0, 1, \dots, 99999\}$ wybrano w sposób losowy jedną liczbę. Jakie jest prawdopodobieństwo, że wybrana liczba
 - a) nie ma cyfr większych od 5
 - b) ma dokładnie jedną cyfrę większą od 5
 - c) ma conajmniej jedną cyfrę równą 5 i conajmniej jedną równą 6
 - d) ma dokładnie dwie cyfry równe 5 i dokładnie jedną równą 6?
6. (20 pkt) Niech X oznacza liczbę pików w ręce gracza N w grze w brydża. Znajdź
 - a) rozkład X i $P(X \geq 1)$
 - b) wartość średnią X (podaj konkretną liczbę)
 - c) (10 pkt*) wariancję X (podaj konkretną liczbę).

KLASÓWKA
grupa II, 30 maja 2000

1. (10 pkt) Zdarzenia A, B, C są parami niezależne. Udowodnij, że wówczas zdarzenia A, B, C są niezależne wtedy i tylko wtedy gdy zdarzenia $A \cup B, C$ są niezależne.
2. (20 pkt) Wieloletnie statystyki wykazują, że 25% spotkań w drugiej lidze kończy się remisami. W jednej kolejce odbywa się 12 spotkań. Zakładając, że wszystkie mecze się odbywają niezależnie i w każdym prawdopodobieństwo remisu jest 0.25 oblicz wartość oczekiwaną, wariancję i najbardziej prawdopodobną wartość liczby remisów w jednej kolejce. Jakie jest prawdopodobieństwo, że więcej niż jedno spotkanie zakończy się remisem?
3. (15 pkt) Rzucamy kolejno symetryczną monetą dopóki nie wyrzucimy orła, ale nie więcej niż 3 razy. Oznaczmy przez X ilość wykonanych rzutów. Znajdź rozkład X , wartość średnią i wariancję X .
4. (20 pkt) Ze zbioru $\{0, 1, \dots, 999999\}$ wybrano w sposób losowy jedną liczbę. Jakie jest prawdopodobieństwo, że wybrana liczba
 - a) nie ma cyfr większych od 6
 - b) ma dokładnie dwie cyfry równe 6
 - c) ma co najmniej jedną cyfrę większą niż 6 i co najmniej jedną mniejszą niż 6
 - d) ma dokładnie dwie cyfry mniejsze niż 6 i dokładnie jedną równą 6?
5. (15 pkt) Rzucamy cztery razy monetą, a następnie kostką tyle razy ile wypadło orłów. Oblicz prawdopodobieństwo tego, że
 - a) wyrzucimy co najmniej jedną szóstkę
 - b) wyrzuciliśmy same orły, jeśli wiadomo, że wyrzuciliśmy co najmniej jedną szóstkę
6. (20 pkt) Niech X oznacza liczbę figur (tzn. kart starszych od 10tki) w ręce gracza N w grze w brydża. Znajdź
 - a) rozkład X i $P(X \geq 1)$
 - b) wartość średnią X (podaj konkretną liczbę)
 - c) (10 pkt*) wariancję X (podaj konkretną liczbę).