

## Kolokwium z Rachunku Prawdopodobieństwa

17 kwietnia 2000

1. Zmienne  $X, Y, Z$  są niezależne i mają standardowy rozkład normalny  $\mathcal{N}(0, 1)$ . Czy zmienna  $|2X + Y + 2Z|^{1/2}$  ma rozkład ciągły? Jeśli tak to znajdź jej gęstość.
2. Zmienne  $X, Y, \varepsilon_1, \varepsilon_2$  są niezależne przy czym  $X$  i  $Y$  mają rozkład eksponencjalny z parametrem 2, a  $\varepsilon_1$  i  $\varepsilon_2$  symetryczny Bernoulliego tzn  $P(\varepsilon_i = \pm 1) = 0.5$ . Znajdź rozkład zmiennej losowej  $\varepsilon_1 X + \varepsilon_2 Y$ .
3. Klasę składającą się z 12 chłopców i 12 dziewczyn pogrupowano losowo w 12 par. Niech  $X$  oznacza liczbę par męsko-damskich. Znajdź wartość oczekiwaną i wariancję  $X$ .
4. Przypuśćmy, że 10% wszystkich kostek do gry jest sfalszowanych - zawsze wypada na nich szóstka. Wybieramy losowo dwie kostki i rzucamy nimi.
  - a) jakie jest prawdopodobieństwo wyrzucenia w sumie 11 oczek
  - b) jakie jest prawdopodobieństwo, że conajmniej jedna z wybranych kostek była sfalszowana, jeśli wyrzuciliśmy 11 oczek?
5. Załóżmy, że  $X, Y$  są niezależnymi zmiennymi losowymi o rozkładzie jednostajnym na  $(0, 1)$ , Oblicz  $E(X + Y|X)$  oraz  $E(\max(X, Y)|X)$ .
6. Zmienne  $X_0, X_1, \dots$  są niezależne. Udowodnij, że promień zbieżności losowego szeregu potęgowego  $S(z) = \sum_{k=0}^{\infty} X_k z^k$  jest p.w. stały (tzn. istnieje  $r \in [0, \infty]$  takie, że promień zbieżności szeregu  $S$  jest równy  $r$  z prawdopodobieństwem 1).

Wszystkie zadania będą oceniane w skali 0-10

**Powodzenia i Wesołych Świąt!!**