Kartkówka 2

gr.1, 23 listopada 2016

1. Załóżmy, że φ jest funkcją charakterystyczną pewnej zmiennej losowej. Dla jakich liczb rzeczywistych a, b i c

$$\psi(t) = \frac{1}{2}(e^{iat}\varphi(t) + be^{ct^2})$$

jest funkcją charakterystyczną pewnej zmiennej losowej?

2. Zmienne $X_1, X_2, \ldots$ są niezależne, przy czym $\mathbf{P}(X_n = 4n) = \frac{1}{5}$ oraz $\mathbf{P}(X_n = -n) = \frac{4}{5}$. Czy ciąg zmiennych losowych $n^{-3/2}(X_1 + X_2 + \ldots + X_n)$ jest zbieżny według rozkładu? Jeśli tak, to do jakiej granicy?

Kartkówka 2

gr.2, 23 listopada 2016

1. Załóżmy, że φ jest funkcją charakterystyczną pewnej zmiennej losowej. Dla jakich liczb rzeczywistych a, b i c

$$\psi(t) = \frac{1}{2}(e^{at^2} + be^{-ict}\varphi(t))$$

jest funkcją charakterystyczną pewnej zmiennej losowej?

2. Zmienne $X_1, X_2, \ldots$ są niezależne, przy czym $\mathbf{P}(X_n = 3n) = \frac{1}{4}$ oraz $\mathbf{P}(X_n = -n) = \frac{3}{4}$. Czy ciąg zmiennych losowych $n^{-3/2}(X_1 + X_2 + \ldots + X_n)$ jest zbieżny według rozkładu? Jeśli tak, to do jakiej granicy?

Kartkówka 2

gr.3, 23 listopada 2016

1. Funkcje charakterystyczne zmiennych X_n spełniają warunek

$$\lim_{n\to\infty} \varphi_{X_n}(t) = e^{2it-32t^2} \text{ dla wszystkich } t.$$

Oblicz $\lim_{n\to\infty} \mathbf{P}(X_n > 0)$.

2. Zmienne $X_1, Y_1, X_2, Y_2 \ldots$ są niezależne przy czym $\mathbf{P}(X_n = \pm 1) = \mathbf{P}(X_n = 0) = \frac{1}{3}$, a Y_n są niezależnymi zmiennymi o rozkładzie wykładniczym z parametrem 1. Czy ciąg

$$\frac{X_1Y_1 + X_2Y_2 + \ldots + X_nY_n}{\sqrt{X_1^2 + X_2^2 + \ldots + X_n^2}}$$

jest zbieżny według rozkładu? Jeśli tak, to do jakiej granicy?

Kartkówka 2

gr.4, 23 listopada 2016

1. Funkcje charakterystyczne zmiennych X_n spełniają warunek

$$\lim_{n\to\infty} \varphi_{X_n}(t) = e^{-2it-8t^2} \text{ dla wszystkich } t.$$

Oblicz $\lim_{n\to\infty} \mathbf{P}(X_n > 0)$.

2. Zmienne $X_1, Y_1, X_2, Y_2 \ldots$ są niezależne przy czym $\mathbf{P}(X_n = \pm 1) = \frac{1}{4}$, $\mathbf{P}(X_n = 0) = \frac{1}{2}$, a Y_n są niezależnymi zmiennymi o rozkładzie wykładniczym z parametrem 1. Czy ciąg

$$\frac{X_1Y_1 + X_2Y_2 + \ldots + X_nY_n}{\sqrt{Y_1^2 + Y_2^2 + \ldots + Y_n^2}}$$

jest zbieżny według rozkładu? Jeśli tak, to do jakiej granicy?