

Kartkówka 2

gr.1, 11 stycznia 2012

1. Załóżmy, że X_1, X_2, \dots są niezależnymi zmiennymi losowymi o rozkładzie jednostajnym na przedziale $[0, a]$. Wyznacz wszystkie liczby $a > 0$ takie, że ciąg $R_n = X_1^3 X_2^3 \cdots X_n^3$ jest nadmartyngałem względem filtracji generowanej przez X_n . Czy ten nadmartyngał jest zbieżny według rozkładu?
2. Dany jest ciąg zmiennych losowych X_n o wartościach całkowitych taki, że $X_0 = 2$, $|X_n - X_{n-1}| \leq 1$, $\limsup_{n \rightarrow \infty} |X_n| = \infty$ p.n. oraz $(X_n^2 - \frac{1}{6}n)$ jest martyngałem względem pewnej filtracji. Niech $\tau = \inf\{n: |X_n| = 5\}$, oblicz $\mathbf{E}\tau$.

Kartkówka 2

gr.2, 11 stycznia 2012

1. Dany jest ciąg zmiennych losowych X_n o wartościach całkowitych taki, że $X_0 = -1$, $|X_n - X_{n-1}| \leq 1$, $\limsup_{n \rightarrow \infty} |X_n| = \infty$ p.n. oraz $(X_n^2 - \frac{1}{5}n)$ jest martyngałem względem pewnej filtracji. Niech $\tau = \inf\{n: |X_n| = 7\}$, oblicz $\mathbf{E}\tau$.
2. Załóżmy, że X_1, X_2, \dots są niezależnymi zmiennymi losowymi o rozkładzie jednostajnym na przedziale $[a, 2a]$. Wyznacz wszystkie liczby $a > 0$ takie, że ciąg $R_n = X_1^2 \cdots X_n^2$ jest nadmartyngałem względem filtracji generowanej przez X_n . Czy ten nadmartyngał jest zbieżny według rozkładu?