

### KARTKÓWKA 1 grupa I , 30 października 2000

1. Zmienne losowe  $X, Y$  są niezależne i mają rozkład jednostajny na  $[2, 4]$ .  
Znaleźć

$$E\left(\frac{1}{X+Y} \mid X\right).$$

2. Niech  $T_n = X_1X_2 + X_2X_3 + \dots + X_nX_{n+1}$ , gdzie  $X_1, X_2, \dots$  niezależne zmienne losowe o rozkładzie normalnym ze średnią 2 i wariancją 5.  
Oblicz

$$E(T_n \mid \sigma(X_1, X_2, \dots, X_n)) \text{ oraz } E(T_n^2 \mid \sigma(X_1, X_2, \dots, X_n)).$$

### KARTKÓWKA 1 grupa II 30 października 2000

1. Niech  $T_n = X_1X_2 + X_2X_3 + \dots + X_nX_{n+1}$ , gdzie  $X_1, X_2, \dots$  niezależne zmienne losowe o rozkładzie normalnym ze średnią 1 i wariancją 3.  
Oblicz

$$E(T_n \mid \sigma(X_1, X_2, \dots, X_n)) \text{ oraz } E(T_n^2 \mid \sigma(X_1, X_2, \dots, X_n)).$$

2. Zmienne losowe  $X, Y$  są niezależne i mają rozkład jednostajny na  $[1, 3]$ .  
Znaleźć

$$E\left(\frac{1}{(X+Y)^2} \mid X\right).$$

### Krótkie Odpowiedzi

- grupa I:
  1.  $\frac{1}{2}(\ln(X+4) - \ln(X+2))$
  2.  $T_{n-1} + 2X_n$  oraz  $T_{n-1}^2 + 4X_nT_n + 9X_n^2$
- grupa II:
  1.  $T_{n-1} + X_n$  oraz  $T_{n-1}^2 + 2X_nT_n + 4X_n^2$ .
  2.  $\frac{1}{2}\left(\frac{1}{X+1} - \frac{1}{X+3}\right)$ .