

KARTKÓWKA 2 grupa I , 30 marca 2000

1. Załóżmy, że $(X_t)_{t \in [0,1]}$ jest procesem gaussowskim o średniej zero takim, że $V(X_t - X_s) \leq C|t - s|^{1/3}$ dla wszystkich $t, s \in [0, 1]$ i pewnej stałej $C < \infty$
 - a) wykaż, że $(X_t)_{t \in [0,1]}$ posiada modyfikację o ciągłych trajektoriach
 - b*) co można powiedzieć o hölderowskości trajektorii tej modyfikacji?
2. Niech N_t będzie procesem Poissona z parametrem (intensywnością) $\lambda > 0$. Wykaż, że dla dowolnych ciągów a_n, b_n rosnących do nieskończoności

$$P(\limsup_{n \rightarrow \infty} \frac{N_{a_n}}{b_n} < \infty) \text{ jest równe } 0 \text{ lub } 1$$

KARTKÓWKA 2 grupa II 30 marca 2000

1. Niech W_t będzie procesem Wienera, zaś a_n, b_n ciągami rosnącymi takimi, że $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \infty$. Udowodnij, że

$$P(\limsup_{n \rightarrow \infty} \frac{W_{a_n}}{b_n} < \infty) \text{ jest równe } 0 \text{ lub } 1$$

2. Załóżmy, że $(X_t)_{t \in [0,1]}$ jest procesem gaussowskim o średniej zero takim, że $V(X_t - X_s) \leq 15|t - s|^{1/4}$ dla wszystkich $t, s \in [0, 1]$ i pewnej stałej $C < \infty$
 - a) wykaż, że $(X_t)_{t \in [0,1]}$ posiada modyfikację o ciągłych trajektoriach
 - b*) co można powiedzieć o hölderowskości trajektorii tej modyfikacji?