Kartkówka 4

gr.1, 23 stycznia 2017

1. Wykaż, że ciąg
$$X_n = \sum_{k=1}^{5n} W_{\frac{k}{n}}^3 \int_{\frac{k-1}{n}}^{\frac{k}{n}} W_t^2 dW_t$$
jest zbieżny wg prawdopodobieństwa i znajdź jego granicę.

2. Znajdź funkcje b i σ takie, że proces $X_t = \operatorname{arctg}(5W_t - t)$ spełnia równanie
$$dX_t = \sigma(X_t)dW_t + b(X_t)dt.$$

3* Załóżmy, że M jest ciągłym martyngałem lokalnym takim, że proces $t \to \langle M \rangle_t$ jest ściśle rosnący i zbieżny do nieskończoności. Niech $\tau_t = \inf\{s > 0 \colon \langle M \rangle_s = t\}$. Wykaż, że proces $X_t = M_{\tau_t} - M_0$ jest procesem Wienera.

Kartkówka 3

gr.2, 23 stycznia 2017

1. Znajdź funkcje b i σ takie, że proces $X_t = \operatorname{arctg}(5t - W_t)$ spełnia równanie
$$dX_t = \sigma(X_t)dW_t + b(X_t)dt.$$

2. Wykaż, że ciąg
$$X_n = \sum_{k=1}^{4n} W_{\frac{k}{n}}^2 \int_{\frac{k-1}{n}}^{\frac{k}{n}} W_t^3 dW_t$$
jest zbieżny według prawdopodobieństwa i znajdź jego granicę.

3* Załóżmy, że M jest ciągłym martyngałem lokalnym takim, że proces $t \to \langle M \rangle_t$ jest ściśle rosnący i zbieżny do nieskończoności. Niech $\tau_t = \inf\{s > 0 \colon \langle M \rangle_s = t\}$. Wykaż, że proces $X_t = M_{\tau_t} - M_0$ jest procesem Wienera.