

Kartkówka 2

gr.1, 8 kwietnia 2014

1. Określmy $\tau := \inf\{t > 0: W_t^2 - t = 5\}$. Wykaż, że $\tau < \infty$ p.n., ale $\mathbb{E}\tau = \infty$.
2. Proces X_t ma skończoną wariancję, przyrosty niezależne oraz średnią zero. Wykaż, że proces $(3(X_t - 2)^2 - 3\text{Var}(X_t))_{t \geq 0}$ jest martyngałem względem filtracji generowanej przez X .
- 3* Udowodnij, że $\limsup_{n \rightarrow \infty} \frac{W_{n+1} - W_n}{\sqrt{2 \log n}} = 1$ p.n.

Kartkówka 2

gr.2, 8 kwietnia 2014

1. Proces X_t ma skończoną wariancję, przyrosty niezależne oraz średnią zero. Wykaż, że proces $(2(X_t - 3)^2 - 2\text{Var}(X_t))_{t \geq 0}$ jest martyngałem względem filtracji generowanej przez X .
2. Określmy $\tau := \inf\{t > 0: W_t^2 - t = 7\}$. Wykaż, że $\tau < \infty$ p.n., ale $\mathbb{E}\tau = \infty$.
- 3* Udowodnij, że $\limsup_{n \rightarrow \infty} \frac{W_{n+1} - W_n}{\sqrt{2 \log n}} = 1$ p.n.