

Kartkówka 2

gr.I, 17 marca 2003

1. $(X_t)_{t \in [0,1]}$ jest scentrowanym procesem gaussowskim takim, że dla wszystkich $t, s \in [0, 1]$ zachodzi

$$\text{Var}(X_t - X_s) \leq 5\sqrt[3]{|t - s|}.$$

- a) Wykaż, że $(X_t)_{t \in [0,1]}$ ma modyfikację o ciągłych trajektoriach.
 - b*) Co można powiedzieć o hölderowskości trajektorii tej modyfikacji?
2. Niech $(N_t)_{t \geq 0}$ będzie procesem Poissona z intensywnością λ , a $X_t = N_t - \lambda t$.
 - a) Znajdź funkcję kowariancji i wartości średniej procesu X
 - b) Dla $\lambda = 1$ funkcja kowariancji i wartości średniej procesu X są takie same jak dla procesu Wienera. Czy oznacza to, że oba procesy mają takie same rozkłady? Odpowiedź uzasadnij.

Kartkówka 2

gr.II, 17 marca 2003

1. Niech $(N_t)_{t \geq 0}$ będzie procesem Poissona z intensywnością λ , a $X_t = \frac{N_t}{\lambda} - t$.
 - a) Znajdź funkcję kowariancji i wartości średniej procesu X
 - b) Dla $\lambda = 1$ funkcja kowariancji i wartości średniej procesu X są takie same jak dla procesu Wienera. Czy oznacza to, że oba procesy mają takie same rozkłady? Odpowiedź uzasadnij.
2. $(X_t)_{t \in [0,1]}$ jest scentrowanym procesem gaussowskim takim, że dla wszystkich $t, s \in [0, 1]$ zachodzi

$$\text{Var}(X_t - X_s) \leq 2\sqrt{|t - s|}.$$

- a) Wykaż, że $(X_t)_{t \in [0,1]}$ ma modyfikację o ciągłych trajektoriach.
- b*) Co można powiedzieć o hölderowskości trajektorii tej modyfikacji?

Kartkówka 2

gr.I, 18 marca 2003

1. Proces $(X_t)_{t \geq 0}$ ma średnią zero i przyrosty niezależne oraz $\text{Var}(X_t) = t^3$.
Znajdź funkcję kowariancji i wartości średniej procesu $X_t - t$.
2. Załóżmy, że $(G_t)_{t \geq 0}$ jest scentrowanym procesem gaussowskim
 - a) Które z następujących procesów są również gaussowskie G_t^2 , $t^2 G_{5t}$, $G_{t+2} + G_t - 2G_{t-1}$, e^{G_t} ?
 - b*) Wykaż, że dla dowolnego $p > 2$, G_t jest ciągły w L^2 wtedy i tylko wtedy gdy jest ciągły w L^p .

Kartkówka 2

gr.II, 18 marca 2003

1. Załóżmy, że $(Y_t)_{t \geq 0}$ jest procesem gaussowskim o średniej zero
 - a) Które z następujących procesów są również gaussowskie $Y_{2t} - Y_1$, $|Y_{5t}|$, $tY_t + Y_{t^2}$, $\sin(Y_t)$?
 - b*) Wykaż, że dla dowolnego $p > 2$, Y_t jest ciągły w L^2 wtedy i tylko wtedy gdy jest ciągły w L^p .
2. Proces $(X_t)_{t \geq 0}$ jest scentrowany, ma przyrosty niezależne oraz $\text{Var}(X_t) = t^2 + t$. Znajdź funkcję kowariancji i wartości średniej procesu $X_t - 2t$.