

### Kartkówka 1

gr.I, 14 marca 2006

- Niech  $(N_t)_{t \geq 0}$  będzie procesem Poissona z intensywnością 5
  - Oblicz  $\mathbf{P}(0 < N_1 < N_3 \geq N_4)$ .
  - Jaki rozkład ma zmienna  $N_2 + N_4 - N_3$ ?
- Rozpatrzmy następujące podzbiory  $\mathbb{R}^{[0, \infty)}$

$$A_1 = \{x: \sup\{|n(x_n - x_{n-1})|: n = 1, 2, \dots\} < \infty\},$$

$$A_2 = \{x: \sup\{|t(x_t - x_{t-1})|: t \in [1, \infty)\} < \infty\}.$$

Które ze zbiorów  $A_i$  należą do sigma ciała  $\mathcal{B}(\mathbb{R}^{[0, \infty)})$ ? Czy zbiory  $A_i \cap C[0, \infty)$  należą do sigma ciała  $\mathcal{B}(\mathbb{R}^{[0, \infty)}) \cap C[0, \infty)$ ? Odpowiedź uzasadnij.

- 3\* Dla jakich  $\alpha > 0$  ciąg  $S_n = \sum_{k=1}^{2^n} |W_{k2^{-n}} - W_{(k-1)2^{-n}}|^\alpha$  jest zbieżny prawie na pewno? Ile wynosi jego granica?

### Kartkówka 1

gr.II, 14 marca 2006

- Niech  $(N_t)_{t \geq 0}$  będzie procesem Poissona z intensywnością 2
  - Oblicz  $\mathbf{P}(1 < N_2 \geq N_3 < N_4)$ .
  - Jaki rozkład ma zmienna  $N_4 + N_7 - N_6$ ?
- Rozpatrzmy następujące podzbiory  $\mathbb{R}^{[1, \infty]}$

$$A_1 = \{x: \inf\{|x_n/n|: n = 1, 2, \dots\} > 0\},$$

$$A_2 = \{x: \inf\{|x_t/t|: t \in [1, \infty)\} > 0\}.$$

Które ze zbiorów  $A_i$  należą do sigma ciała  $\mathcal{B}(\mathbb{R}^{[1, \infty)})$ ? Czy zbiory  $A_i \cap C[1, \infty)$  należą do sigma ciała  $\mathcal{B}(\mathbb{R}^{[1, \infty)}) \cap C[1, \infty)$ ? Odpowiedź uzasadnij.

- 3\* Dla jakich  $\alpha > 0$  ciąg  $S_n = \sum_{k=1}^{2^n} |W_{k2^{-n}} - W_{(k-1)2^{-n}}|^\alpha$  jest zbieżny prawie na pewno? Ile wynosi jego granica?

### Kartkówka 1

gr.I, 14 marca 2006

1. Niech  $(W_t)_{t \geq 0}$  będzie procesem Wienera
  - a) Podaj łączną gęstość zmiennej  $(W_1, W_3)$ .
  - b) Jaki rozkład ma zmienna  $2W_2 + W_5 - W_3$ ?
2. Niech  $(N_t)_{t \geq 0}$  będzie procesem Poissona z parametrem  $\lambda$ . Które z następujących procesów też są procesami Poissona: a)  $N_{3t}$ , b)  $N_{t^2}$  c)  $2N_t$ , d)  $N_{t+2} - N_2$ ? W przypadku pozytywnej odpowiedzi podaj parametr procesu, w przeciwny przypadku napisz jaki warunek definicji procesu Poissona nie jest spełniony.
- 3\* Dla jakich  $\alpha > 0$  ciąg  $S_n = \sum_{k=1}^{2^n} |W_{k2^{-n}} - W_{(k-1)2^{-n}}|^\alpha$  jest zbieżny prawie na pewno? Ile wynosi jego granica?

### Kartkówka 1

gr.II, 14 marca 2006

1. Niech  $(W_t)_{t \geq 0}$  będzie procesem Wienera
  - a) Jaki rozkład ma zmienna  $W_1 + 2W_3 - 2W_2$ ? b) Podaj łączną gęstość zmiennej  $(W_3, W_5)$ .
2. Niech  $(N_t)_{t \geq 0}$  będzie procesem Poissona z parametrem  $\lambda$ . Które z następujących procesów też są procesami Poissona: a)  $N_{t^3}$ , b)  $3N_t$  c)  $N_{4t}$ , d)  $N_{t+4} - N_2$ ? W przypadku pozytywnej odpowiedzi podaj parametr procesu, w przeciwny przypadku napisz jaki warunek definicji procesu Poissona nie jest spełniony.
- 3\* Dla jakich  $\alpha > 0$  ciąg  $S_n = \sum_{k=1}^{2^n} |W_{k2^{-n}} - W_{(k-1)2^{-n}}|^\alpha$  jest zbieżny prawie na pewno? Ile wynosi jego granica?